



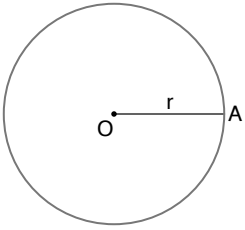
bölüm 1

ÇEMBERDE AÇILAR

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

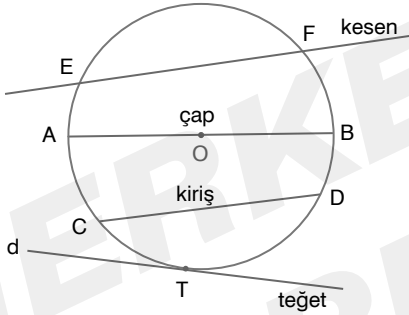
Çember: Düzlemdeki sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine çember denir.

Yarıçap: Çemberin üzerindeki herhangi bir noktayı merkeze birleştiren doğru parçasına çemberin yarıçapı denir.



Şekilde,
O sabit noktası çemberin merkezi ve
 $|OA| = r$ çemberin yarıçapıdır.

Çember sadece bir çizgiyi ifade eder. Ancak daire denince çemberle birlikte çemberin iç bölgesi de belirtilmiş olur.



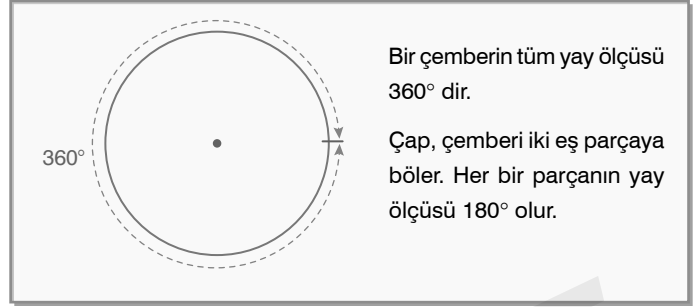
Kiriş: Bir çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçası o çemberin bir kirişidir. Çemberin en büyük kirişi çapıdır. Şekilde [CD] doğru parçası bu çemberin bir kirişidir.

Çap: Çemberin merkezinden geçen kirişe çap denir. Çemberin çapı, yarıçapının 2 katıdır. Şekilde [AB] bu çemberin bir çapıdır.

Teğet: Çember ile bir tane ortak noktası olan doğruya teğet denir. Şekildeki d doğrusu bu çemberin bir teğettir. T noktası, teğetin çembere değme noktasıdır.

Kesen: Çemberi iki noktada kesen doğruya kesen denir. Şekilde EF doğrusu bu çemberin bir kesenidir.

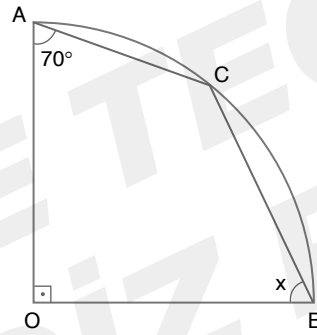
Yay: Çemberin iki noktası arasındaki parçasına yay denir. Şekilde \widehat{AC} bu çemberin bir yayıdır. \widehat{AC} yayının ölçüsü $m(\widehat{AC})$ biçiminde ve \widehat{AC} yayının uzunluğu $|\widehat{AC}|$ biçiminde gösterilir.



Bir çemberin tüm yay ölçüsü 360° dir.

Çap, çemberi iki eş parçaya böler. Her bir parçanın yay ölçüsü 180° olur.

Örnek 1



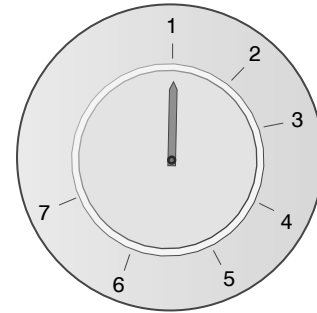
Şekildeki O merkezli çeyrek çemberde

$$m(\widehat{OAC}) = 70^\circ$$

olduğuna göre,

$$m(\widehat{OBC}) = x \text{ kaç derecedir?}$$

Örnek 2



Şekilde, 7 programlı bir çamaşır makinesinin dairesel kumanda butonu verilmiştir. 1 den 7'ye kadar eşit aralıklarla sıralanmış programlardan birini seçmek için ortadaki dairesel düğme döndürülmektedir.

Üzerindeki ok işareti şekildeki gibi 1. programı gösterirken düğme saatin tersi yönünde 160° döndürüldüğünde 6. programı gösteriyor.

Buna göre, düğme 5. programı gösteriyorken 2. programı seçmek için saatin tersi yönünde kaç derece döndürmek gerekir?

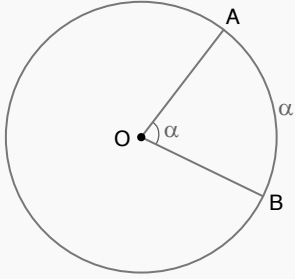


Çemberde Açılar

ÇEMBERDE AÇI ÖZELLİKLERİ

Merkez Açı

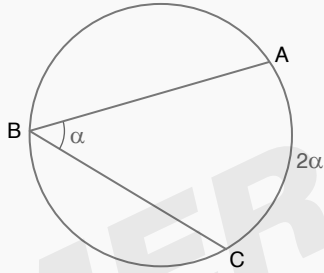
Köşesi çemberin merkezinde olan açıdır. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



Şekilde \widehat{AOB} merkez açıdır.
 $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB}) = \alpha$ olur.

Çevre Açı

Köşesi çemberin üzerinde ve kenarları bu çemberin birer kirişi olan açıdır. Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

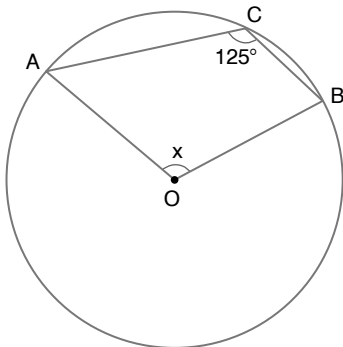


Şekilde \widehat{ABC} çevre açıdır.
 $m(\widehat{ABC}) = \frac{m(\widehat{AC})}{2}$ dir.
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ ise
 $m(\widehat{AC}) = 2\alpha$ olur.

Bir çemberde aynı yayı gören bütün çevre açıları birbirine eşittir.

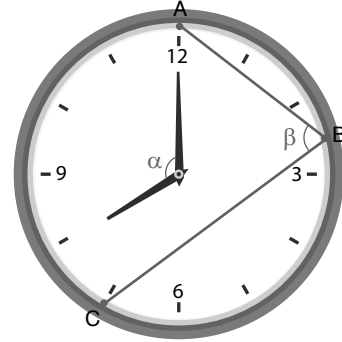
Bir çemberde merkez açı ile çevre açı aynı yayı görüyorsa, merkez açının ölçüsü çevre açının ölçüsünün iki katına eşit olur.

Örnek 3



O merkezli çemberde
 $m(\widehat{ACB}) = 125^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{AOB}) = x$ kaç derecedir?

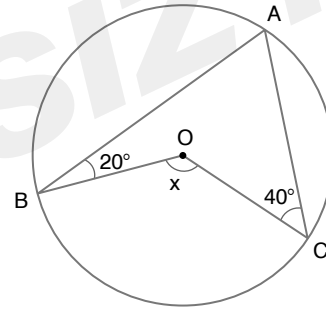
Örnek 4



Şekildeki dairesel saatte; saat 8:00'ı göstermektedir. Dairenin kenarları üzerinde A, B ve C noktaları verilmiştir. A noktası 12'nin, C noktası ise 7'nin bulunduğu noktadadır. Akrep ile yelkovan arasındaki açının ölçüsü α ve $m(\widehat{ABC}) = \beta$ dir.

Buna göre, $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?

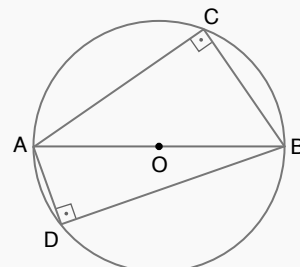
Örnek 5



O merkezli çemberde
 $m(\widehat{OBA}) = 20^\circ$
 $m(\widehat{OCA}) = 40^\circ$
olduğuna göre,
 $m(\widehat{COB}) = x$ kaç derecedir?

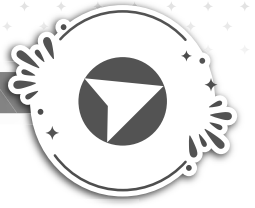
Çapı Gören Çevre Açı

Bir çemberde çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir.

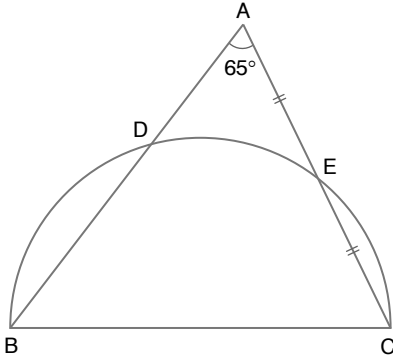


Şekilde; \widehat{ACB} ve \widehat{ADB} açıları çapı gördüğünden her birinin ölçüsü 90° dir.

Bir çemberde ölçüsü 90° olan bir çevre açının gördüğü kiriş çaptır.



Örnek 6



Şekildeki [BC] çaplı yarım çemberde

ABC bir üçgen

$|AE| = |EC|$

$m(\widehat{BAC}) = 65^\circ$

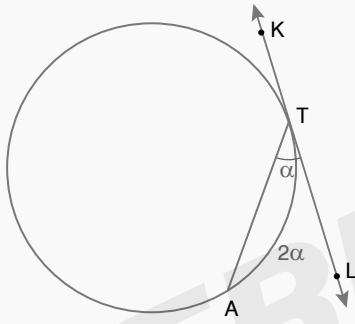
olduğuna göre,

$m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

Teğet - Kiriş Açısı

Teğet noktasında teğet ile kiriş arasında kalan açıdır.

Teğet - kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



Şekilde \widehat{ATL} teğet - kiriş açısıdır.

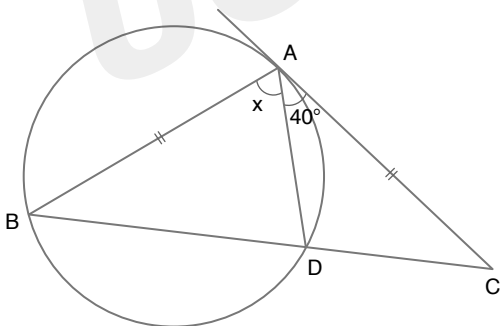
$m(\widehat{ATL}) = \frac{m(\widehat{TA})}{2}$ dir.

$m(\widehat{ATL}) = \alpha$ ise

$m(\widehat{TA}) = 2\alpha$ olur.

Bir çemberde aynı yayı gören teğet - kiriş açısı ile çevre açının ölçüsü birbirine eşittir.

Örnek 7

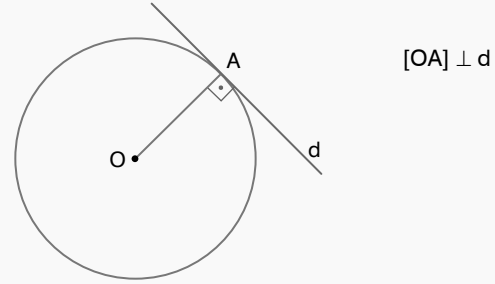


Yukarıdaki şekilde [CA] çembere A noktasında teğet, ABC ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{CAD}) = 40^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

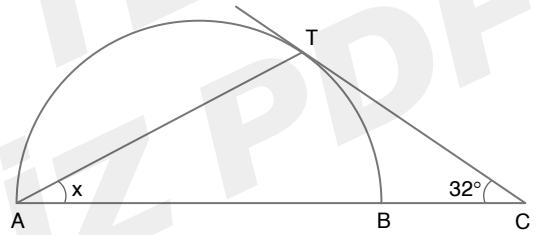
Merkezden Teğete Çizilen Dikme

Bir çemberde yarıçap teğete değme noktasında diktir.



Bir çemberde teğete değme noktasında dik olan bir doğru, o çemberin merkezinden geçer.

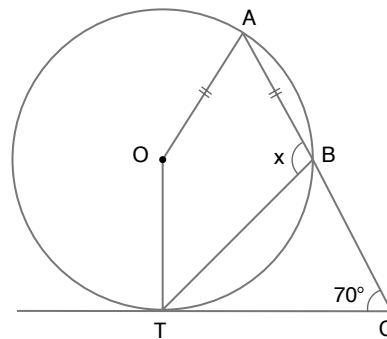
Örnek 8



Yukarıdaki şekilde [CT] ışını T noktasında [AB] çaplı yarım çembere teğet, TAC bir üçgen ve $m(\widehat{TCA}) = 32^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{TAC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 9



O merkezli çemberde

T, teğet noktası

A, B, C doğrusal

$|AO| = |AB|$

$m(\widehat{ACT}) = 70^\circ$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ABT}) = x$ kaç derecedir?

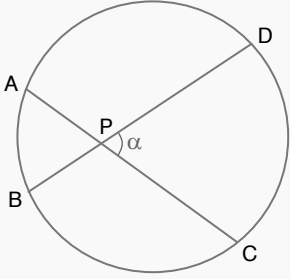


Çemberde Açılar

İç Açı

Çemberde, kesişen iki kirişin arasında kalan açıdır.

İç açının ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.



Şekildeki çemberde [AC] ve [BD] kirişleri arasındaki ölçüsü α olan açı bir iç açıdır.

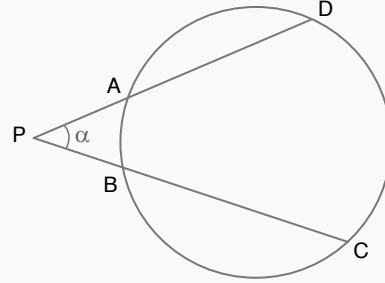
$$\alpha = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD})}{2} \text{ olur.}$$

Aynı zamanda;

$$m(\widehat{BPC}) = \frac{m(\widehat{BC}) + m(\widehat{AD})}{2} \text{ olur.}$$

Dış Açı

Çemberin dışındaki bir noktadan çembere çizilen iki kesen arasındaki açıdır. Bir dış açının ölçüsü, gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısına eşittir.

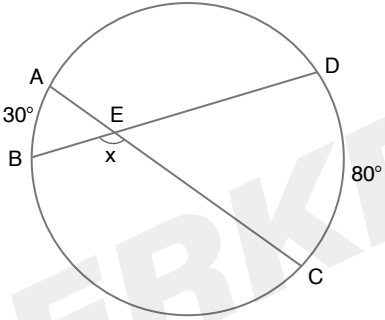


Şekildeki çemberde DPC açısı bir dış açıdır.

$$\alpha = \frac{m(\widehat{DC}) - m(\widehat{AB})}{2} \text{ olur.}$$

Dış açının kollarından biri veya ikisi de teğet olabilir.

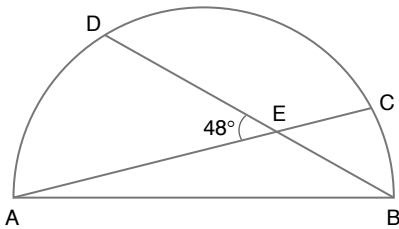
Örnek 10



Şekildeki çemberin [AC] ve [BD] kirişleri E noktasında kesilmektedir.

$m(\widehat{AB}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{CD}) = 80^\circ$ ise, $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?

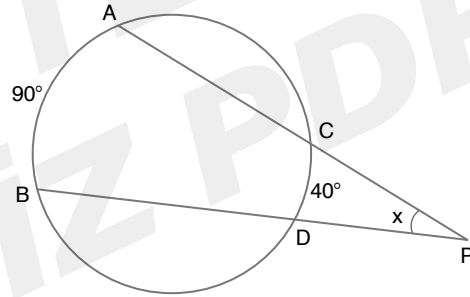
Örnek 11



Şekildeki [AB] çaplı yarım çemberde; $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,

$m(\widehat{AED}) = 48^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{DC})$ kaç derecedir?

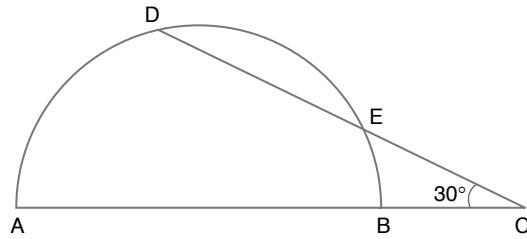
Örnek 12



Yukarıdaki şekilde P noktasından çizilen doğru parçaları çembere A, B, C ve D noktalarında kesmektedir.

$m(\widehat{AB}) = 90^\circ$ ve $m(\widehat{CD}) = 40^\circ$ ise, $m(\widehat{APB}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 13

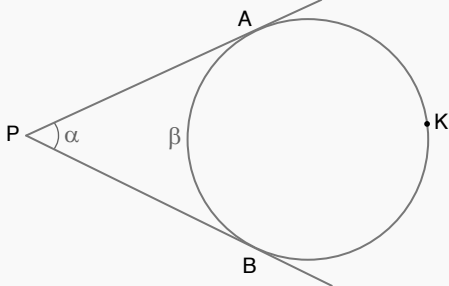


Şekildeki [AB] çaplı yarım çemberde; $[AB] \cap [DE] = \{C\}$, $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DE}) = 80^\circ$ dir.

Buna göre, AD yayının ölçüsü kaç derecedir?

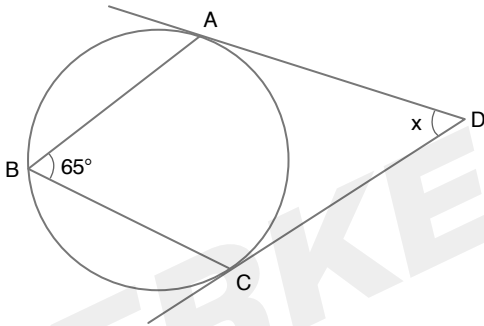


Bir noktadan çizilen iki teğetin oluşturduğu açının ölçüsü ile görüldüğü yayın ölçüsünün toplamı 180° dir.



Şekildeki çemberde A ve B teğet noktaları,
 $m(\widehat{APB}) = \alpha$ ve $m(\widehat{AB}) = \beta$ olmak üzere
 $\alpha + \beta = 180^\circ$ dir.

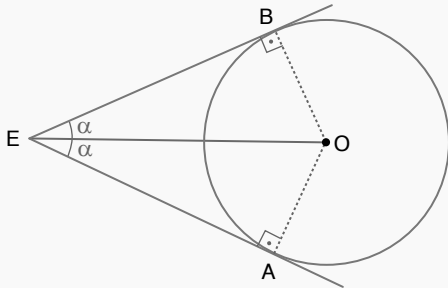
Örnek 14



Yukarıdaki şekilde [DA ve [DC çembere A ve C noktalarında teğettir.

$m(\widehat{ABC}) = 65^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?

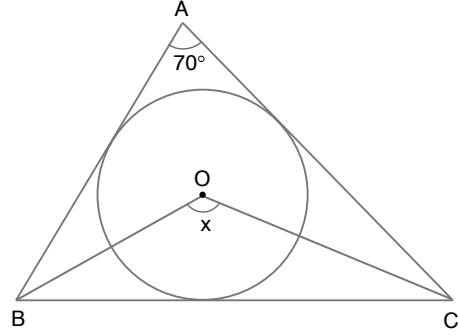
Dış açının kolları şekildeki gibi teğet olduğunda, dış açının bulunduğu köşeyi çemberin merkezine birleştiren doğru, açıortay olur.



Şekilde, OAE ve OBE üçgenleri eşittir.

[EO] açıortay ve $|EA| = |EB|$ olur.

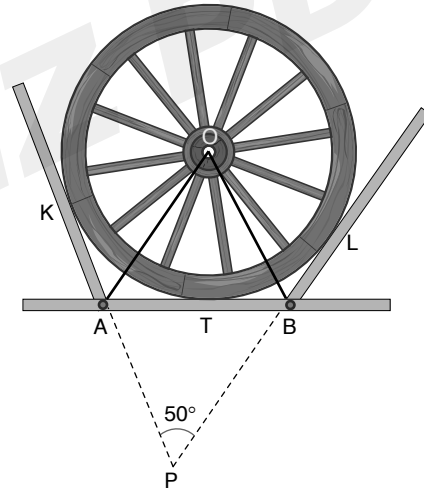
Örnek 15



Şekildeki O merkezli çember ABC üçgeninin kenarlarına teğettir.

$m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BOC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 16



Bir müzede sergilenen şekildeki tekerlek, 3 tane tahta parçası üzerine oturtulmuş ve merkezine bağlanan iki tel yardımıyla tahtaların kesiştiği A ve B noktalarına gergin olarak bağlanmıştır.

O noktası merkez, K, L, T teğet noktaları ve [KA ile [LB'nin uzantıları P noktasında kesilmektedir.

$m(\widehat{KPL}) = 50^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{AOB})$ kaç derecedir?

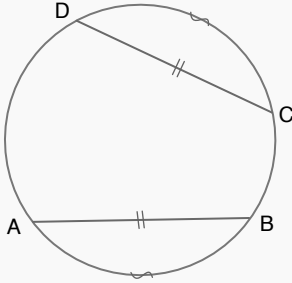


Çemberde Açılar

Eş Kirişler

Bir çemberde uzunlukları eşit olan kirişlerin çember üzerinde ayırdığı yaylar eşittir.

Ölçüleri eşit olan yayların kirişleri eş olur.



Şekildeki çemberde

$$|AB| = |CD| \text{ ise}$$

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) \text{ ve}$$

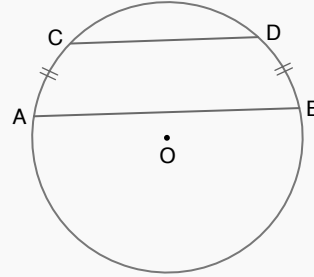
$$|\widehat{AB}| = |\widehat{CD}| \text{ olur.}$$

$$\text{Veya; } m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) \text{ ise}$$

$$|AB| = |CD| \text{ olur.}$$

Paralel Kirişler

Bir çemberde paralel iki kiriş arasında kalan yayların ölçüleri eşittir.



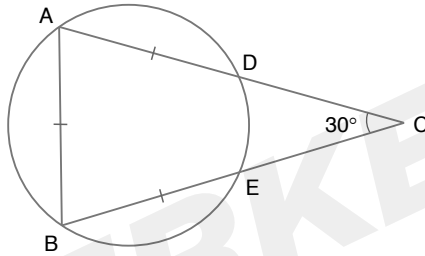
Şekildeki çemberde

$[CD] \parallel [AB]$ ise

$$m(\widehat{CA}) = m(\widehat{DB}) \text{ ve}$$

$$|\widehat{CA}| = |\widehat{DB}| \text{ olur.}$$

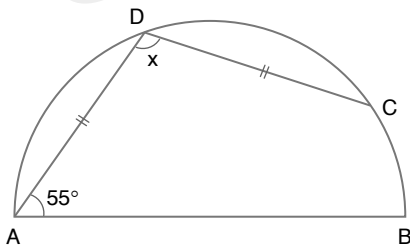
Örnek 17



Yukarıdaki şekilde ABC bir üçgen, A, B, D, E noktaları çember üzerinde, $|AD| = |AB| = |BE|$ ve $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$ dir.

Buna göre, \widehat{DE} yayının ölçüsü kaç derecedir?

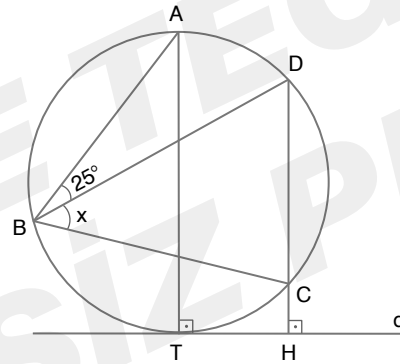
Örnek 18



Şekildeki $[AB]$ çaplı yarım çemberde $|AD| = |DC|$, $m(\widehat{DAB}) = 55^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 19



$$[AT] \perp d$$

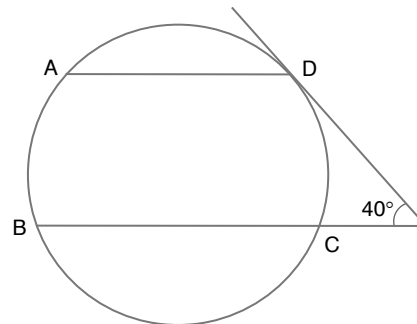
$$[DH] \perp d$$

$$m(\widehat{ABD}) = 25^\circ$$

Şekilde d doğrusu çembere T noktasında teğettir.

Buna göre, $m(\widehat{DBC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 20



$$[AD] \parallel [BE]$$

D, teğet noktası

$$m(\widehat{BC}) = 140^\circ$$

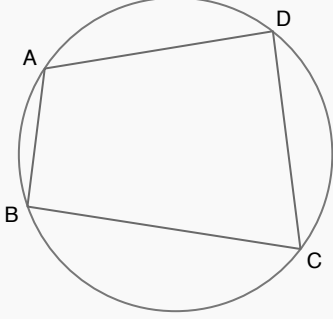
$$m(\widehat{DEB}) = 40^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, \widehat{DC} yayının ölçüsü kaç derecedir?



Kirişler Dörtgeni

Köşeleri bir çemberin üzerinde olan dörtgene kirişler dörtgeni denir. Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

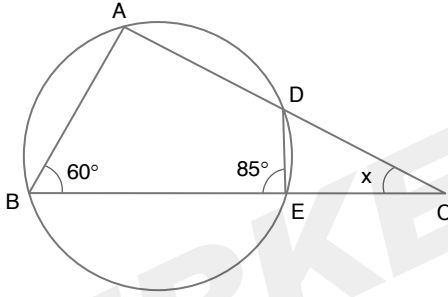


Şekildeki ABCD kirişler dörtgeninde

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ \text{ ve}$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ \text{ dir.}$$

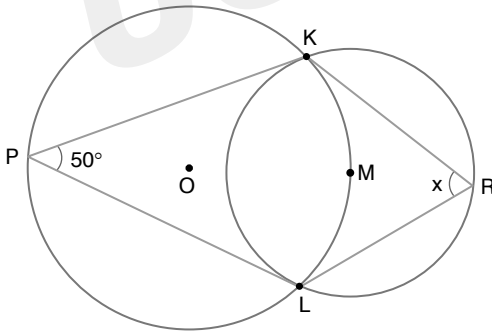
Örnek 21



Yukarıdaki şekilde ABC bir üçgen, A, B, D, E noktaları çember üzerinde, $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{BED}) = 85^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

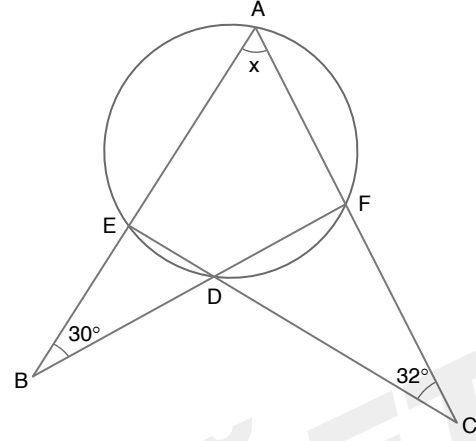
Örnek 22



Şekildeki O ve M merkezli çemberler K ve L noktalarında kesişiyor.

$m(\widehat{KPL}) = 50^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{KRL}) = x$ kaç derecedir?

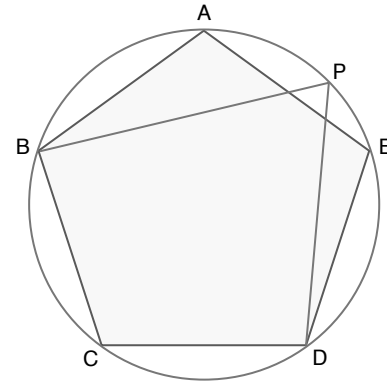
Örnek 23



Yukarıdaki şekilde ABF ve AEC birer üçgen, A, E, D, F noktaları çember üzerinde, $m(\widehat{ABF}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{ACE}) = 32^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek 24



Yukarıdaki şekilde ABCDE düzgün beşgeninin köşeleri çember üzerindedir.

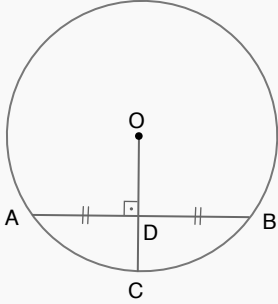
Buna göre, BPD açısının ölçüsü kaç derecedir?



Çemberde Açılar

Merkezden Kirişe Çizilen Dikme

Bir çemberde merkezden kirişe çizilen dikme kirişi ve yayı iki eşit parçaya ayırır.



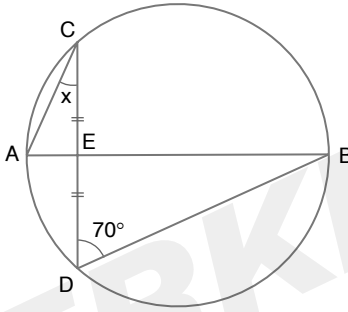
Şekildeki O merkezli çemberde

$[OC] \perp [AB]$ ise

$|AD| = |DB|$

$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{CB})$ olur.

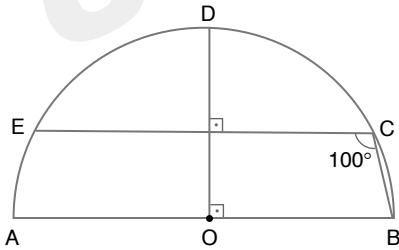
Örnek ▷ 25



Şekildeki $[AB]$ çaplı çemberde, $|CE| = |ED|$ ve $m(\widehat{CDB}) = 70^\circ$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir?

Örnek ▷ 26

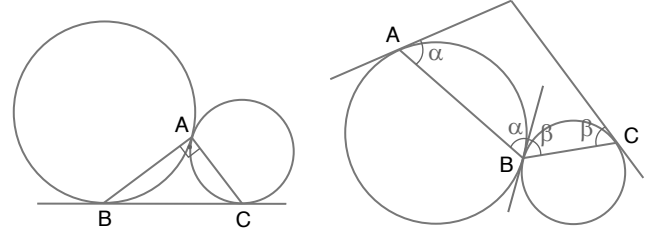


Şekildeki $[AB]$ çaplı yarı çemberin merkezi O noktasıdır.

$[OD] \perp [AB]$, $[OD] \perp [EC]$ ve $m(\widehat{BCE}) = 100^\circ$ dir.

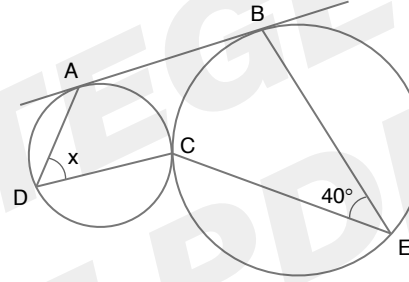
Buna göre, \widehat{ED} yayının ölçüsü kaç derecedir?

Birbirine Teğet Olan Çemberlerde Açılar



Yukarıdaki çemberlerde A, B, C teğet noktaları ise, şekilde belirtilen açılar oluşur.

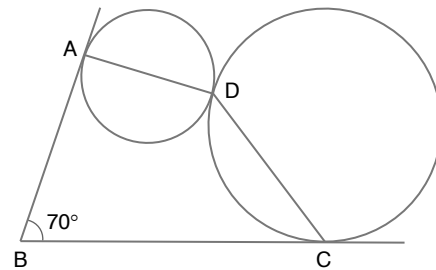
Örnek ▷ 27



Şekildeki çemberler C noktasında birbirine teğet, A ve B noktalarında da AB doğrusuna teğettir.

$m(\widehat{BEC}) = 40^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?

Örnek ▷ 28



Şekildeki çemberler D noktasında birbirine teğet, A noktasında $[BA]$ ışınına ve C noktasında da $[BC]$ ışınına teğettir.

$m(\widehat{ABC}) = 70^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?