



## bölüm 5

### TOPLAM - FARK FORMÜLLERİ

#### TOPLAM - FARK FORMÜLLERİ

30°, 45°, 60° gibi trigonometrik değerleri bilinen açılar toplamı veya farkı olarak yazılabilen 15°, 75°, 105° ve 165° gibi açılarının trigonometrik değerlerini toplam - fark formülleri kullanıp bulabiliriz.

#### ▶ Sinüs İçin Toplam ve Fark Formülleri

a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b \text{ olur.}$$

#### Örnek ▶ 1

4 · sin 75° kaçtır?

#### Örnek ▶ 2

$$\sin 23^\circ \cdot \cos 37^\circ + \cos 23^\circ \cdot \sin 37^\circ$$

işleminin sonucu kaçtır?

#### Örnek ▶ 3

$$\sin 51^\circ \cdot \cos 6^\circ - \cos 51^\circ \cdot \cos 84^\circ$$

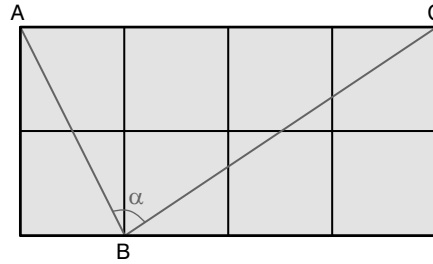
işleminin sonucu kaçtır?

#### Örnek ▶ 4

$$\sin \frac{\pi}{18} \cdot \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{\pi}{9}$$

işleminin sonucu kaçtır?

#### Örnek ▶ 5



Şekilde, 8 adet birim kareden oluşan pencerenin üzerine [AB] ve [BC] çitaları takılmıştır.

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha$$

olduğuna göre, sin α kaçtır?



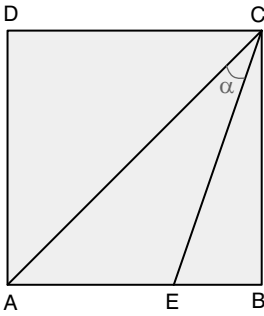
## Toplam - Fark Formülleri

## Örnek 6

$$\sin 25^\circ \cdot \sin 130^\circ + \sin 65^\circ \cdot \sin 40^\circ$$

ifadesinin sade hâli nedir?

## Örnek 7



Şekildeki ABCD karesinde,  $|AE| = 2|EB|$  ve  $m(\widehat{ACE}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\sin \alpha$  kaçtır?

## Örnek 8

a ve b dar açıları için,

$$\tan a = \frac{4}{3} \text{ ve } \tan b = \frac{5}{12}$$

olduğuna göre,  $\sin(a + b)$  kaçtır?

## Kosinüs İçin Toplam ve Fark Formülleri

a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \text{ olur.}$$

## Örnek 9

$4 \cdot \cos 105^\circ$  kaçtır?

## Örnek 10

$$\cos 42^\circ \cdot \cos 12^\circ + \sin 42^\circ \cdot \sin 12^\circ$$

işleminin sonucu kaçtır?

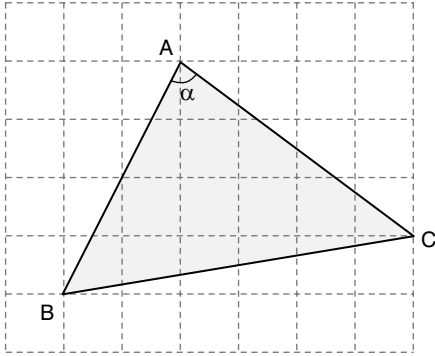
## Örnek 11

$$\cos 20^\circ \cdot \cos 50^\circ - \sin 20^\circ \cdot \cos 40^\circ$$

ifadesinin sade hâli nedir?



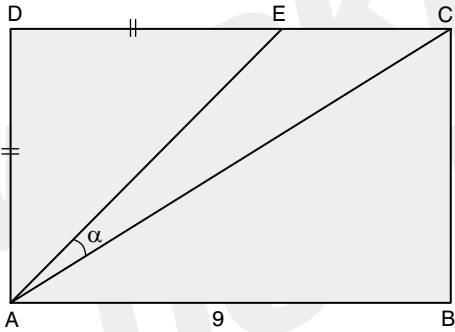
## Örnek 12



Şekildeki birim kareli zeminde, ABC üçgeni verilmiştir.

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$  olduğuna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

## Örnek 13



Şekildeki ABCD dikdörtgeninde,  $|AD| = |DE|$ ,  $|AB| = 9$  birim,  $|BC| = 6$  birim ve  $m(\widehat{EAC}) = \alpha$  dır.

Buna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

## Örnek 14

$\alpha, \beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  için,

$$\cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ve } \sin \beta = \frac{5}{13}$$

olduğuna göre,  $\cos(\alpha + \beta)$  kaçtır?

## Örnek 15

$$A = \cos\left(\arcsin \frac{1}{3} - \arccos \frac{2}{3}\right)$$

olduğuna göre,  $9A$  kaçtır?

## Örnek 16

$20a = \pi$  için,

$$\frac{\cos 6a \cdot \cos a - \sin 6a \cdot \sin a}{\sin 2a \cdot \cos a + \cos 2a \cdot \sin a}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Toplam - Fark Formülleri

**▶ Tanjant İçin Toplam ve Fark Formülleri**

Tanımlı olduğu aralık içerisinde,

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b} \text{ olur.}$$

**Örnek ▶ 17**

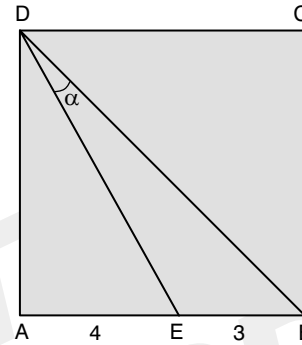
$\tan 75^\circ$  kaçtır?

**Örnek ▶ 18**

$\tan \frac{\pi}{12}$  kaçtır?

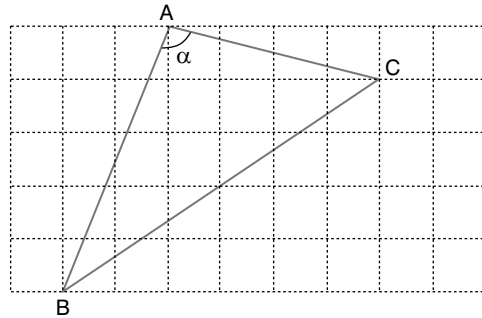
**Örnek ▶ 19**

$\tan 10^\circ = k$  olduğuna göre,  
 $\tan 55^\circ$  nin  $k$  türünden eşiti kaçtır?

**Örnek ▶ 20**

Şekildeki ABCD karesinde,  $|AE| = 4$  birim,  $|EB| = 3$  birim ve  $m(\widehat{EDB}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\tan \alpha$  kaçtır?

**Örnek ▶ 21**

Şekildeki birim kareli zeminde, ABC üçgeni verilmiştir.

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$  olduğuna göre,  $\tan \alpha$  kaçtır?

**Örnek ▷ 22**

$$A = \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, A kaç radyandır?

**Örnek ▷ 23**

$A + B = 45^\circ$  olduğuna göre,

$$1 - \tan A - \tan B$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1                      B) 1                      C)  $2 \tan A \cdot \tan B$   
D)  $-\tan A \cdot \tan B$                       E)  $\tan A \cdot \tan B$

**Örnek ▷ 24**

$$\frac{\tan 55^\circ - \tan 5^\circ}{1 + \cot 35^\circ \cdot \cot 85^\circ} = k$$

olduğuna göre,  $\operatorname{cosec} 40^\circ$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $k + 1$                       B)  $\sqrt{1 - k^2}$                       C)  $\sqrt{1 + k^2}$   
D)  $\frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}$                       E)  $\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}}$

**▶ Kotanjant İçin Toplam ve Fark Formülleri**

Tanımlı olduğu aralık içerisinde,

$$\cot(a + b) = \frac{1}{\tan(a + b)}$$

$$\cot(a - b) = \frac{1}{\tan(a - b)}$$

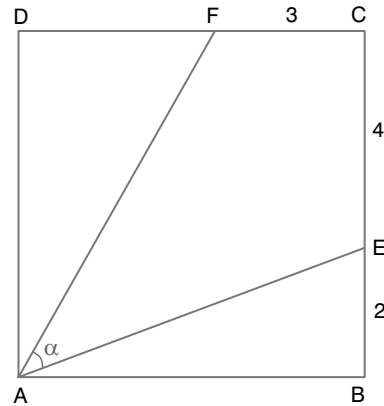
yazılır ve tanjant toplam - fark formülleri kullanılır.

**Örnek ▷ 25**

$\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  için,

$$\cos \alpha = -\frac{3}{5} \text{ ve } \sin \beta = \frac{8}{17}$$

olduğuna göre,  $\cot(\alpha + \beta)$  kaçtır?

**Örnek ▷ 26**

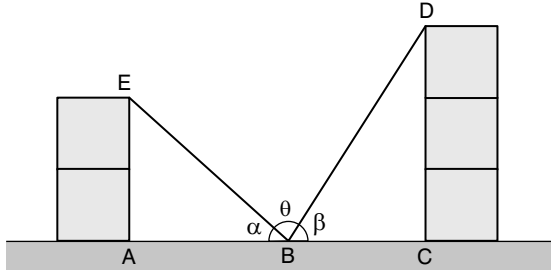
Şekildeki ABCD karesinde,  $|FC| = 3$  birim,  $|BE| = 2$  birim,  $|EC| = 4$  birim ve  $m(\widehat{FAE}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\tan \alpha$  kaçtır?



## Toplam - Fark Formülleri

## Örnek 27



Yukarıdaki şekilde, birim küplerden oluşan iki duvara dayalı olan direkler arasındaki açı  $\theta$ , direkler yer ile  $\alpha$  ve  $\beta$  açısı yapıyor.

$\tan \alpha = \frac{5}{6}$  ve  $3|AB| = 4|BC|$  olduğuna göre,

$\cot \theta$  kaçtır?

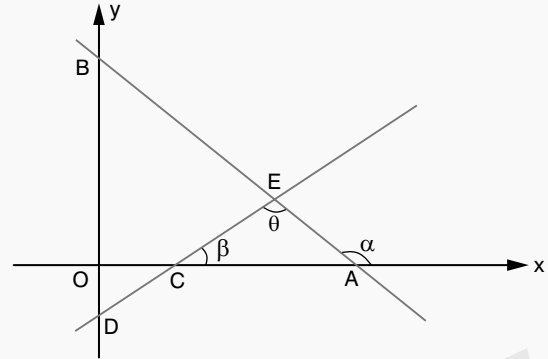
## Örnek 28

$$\frac{1 + \tan 43^\circ \cdot \cot 83^\circ}{\tan 43^\circ - \cot 83^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1                      B)  $\cot 26^\circ$                       C)  $\tan 26^\circ$   
D)  $\cot 36^\circ$                       E)  $\tan 36^\circ$

## İki Doğru Arasındaki Açının Tanjantı



Şekildeki AB ve DE doğruları arasındaki açı  $\theta$  dir.

ACE üçgeninde,  $\alpha = \beta + \theta$  ve  $\theta = \alpha - \beta$  olur.

Bu doğrular arasındaki açının tanjantı,

$$\tan \theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \text{ olur.}$$

$$(m_1 = \tan \alpha \text{ ve } m_2 = \tan \beta)$$

Eğimleri  $m_1$  ve  $m_2$  olan iki doğru arasındaki açının ölçüsü  $\alpha$  ise

$$\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \text{ olur.}$$

## Örnek 29

$$y = 3x + 1$$

$$y = 2x - 1$$

doğruları arasındaki dar açının tanjantı kaçtır?