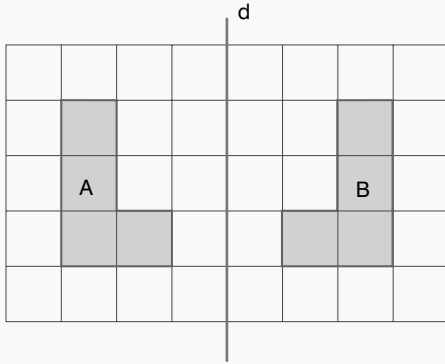




## SİMETRİ VE BİLEŞKE DÖNÜŞÜMLER

### Simetri Dönüşümü

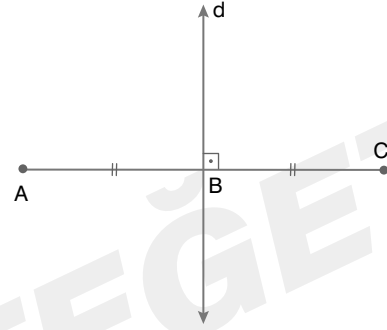
Bir şeklin bir noktaya veya bir doğruya göre simetriğinin alınmasına simetri (yansıma) dönüşümü denir.



Şekildeki birim kareli zeminde verilen A şeklinin d doğrusuna göre simetriği B şeklindedir.

### Noktanın Doğruya Göre Simetriği:

Bir noktanın bir doğruya göre simetriği alınırken o noktadan doğruya çizilen dik uzaklık kadar doğrunun diğer tarafında bir nokta bulunur.

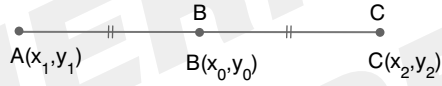


A noktasının d doğrusuna göre simetriği C noktasıdır.

Bu durumda B noktası, [AC] doğru parçasının orta noktası,

$|AB| = |BC|$  ve  $[AC] \perp d$  dir.

### Noktanın Noktaya Göre Simetriği:



A noktasının B noktasına göre simetriği C noktasıdır.

Bu durumda B noktası, [AC] doğru parçasının orta noktasıdır.

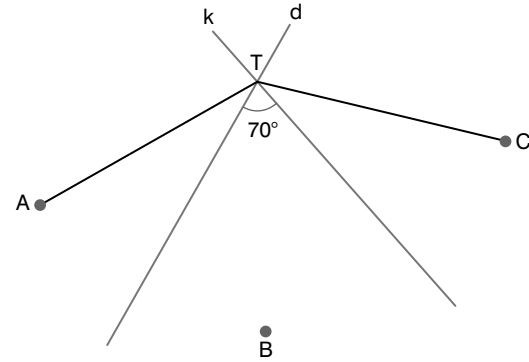
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ ve } y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ olur.}$$

Veya; A ile B ve B ile C noktaları arasındaki noktaların apsis ve ordinatları arasındaki artış ve azalış miktarları aynıdır.

### Örnek 1

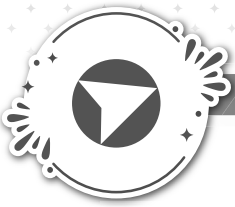
A(-2, 5) noktasının B(1, 2) noktasına göre simetriği nedir?

### Örnek 2



Şekildeki A noktasının d doğrusuna göre ve C noktasının k doğrusuna göre simetriği B noktasıdır.

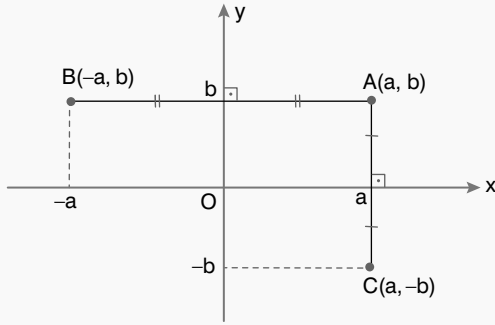
İki doğru arasındaki açı  $70^\circ$  ise ATC açısının ölçüsü kaç derecedir?



## Simetri ve Bileşke Dönüşümler

**Noktanın Eksenlere Göre Simetriği**

Bir noktanın y eksenine göre simetriğinde ordinatı değişmez, apsis işaret değiştirir, x eksenine göre simetriğinde apsisi değişmez, ordinatı işaret değiştirir.



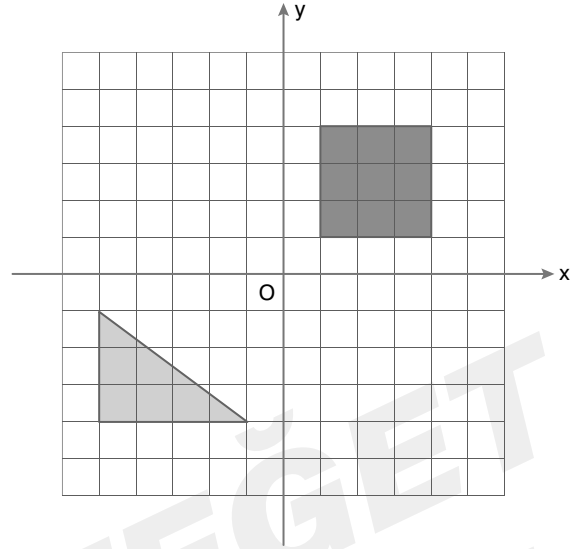
Şekilde  $A(a, b)$  noktasının y eksenine göre simetriği  $B(-a, b)$ , x eksenine göre simetriği  $C(a, -b)$  noktasıdır.

**Örnek 3**

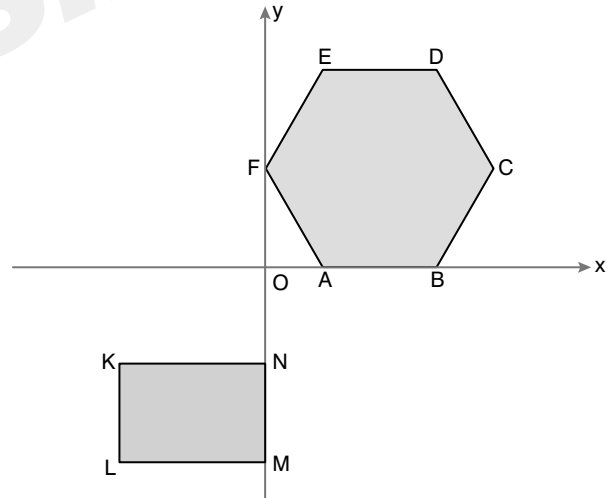
$A(-2, 4)$  noktasının x eksenine göre simetriği B,  $C(-3, 2)$  noktasının y eksenine göre simetriği D olduğuna göre,  $|BD|$  uzunluğu kaç birimdir?

**Örnek 4**

$A(-3, 5)$  noktasının x eksenine göre simetriği B, B noktasının y eksenine göre simetriği C olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

**Örnek 5**

Şekildeki birim kareli zeminde verilen üçgenin y eksenine göre simetriği olan şekil ile, karenin x eksenine göre simetriği olan şeklin kesişim bölgesinin alanı kaç birimkaredir?

**Örnek 6**

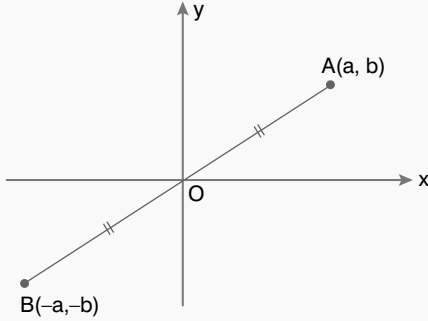
Düzgün altıgenin D köşesinin apsisi 6,  $K(-5, -2\sqrt{3})$  ve  $|NM| = 2\sqrt{3}$  birimdir.

Şekildeki birim kareli zeminde verilen düzgün altıgenin y eksenine göre simetriği olan şekil ile, dikdörtgenin x eksenine göre simetriği olan şeklin kesişim bölgesinin alanı kaç birimkaredir?



### Noktanın Orijine Göre Simetriği

Bir noktanın orijine göre simetriği alınırken, noktanın apsis ve ordinatı işaret değiştirir.

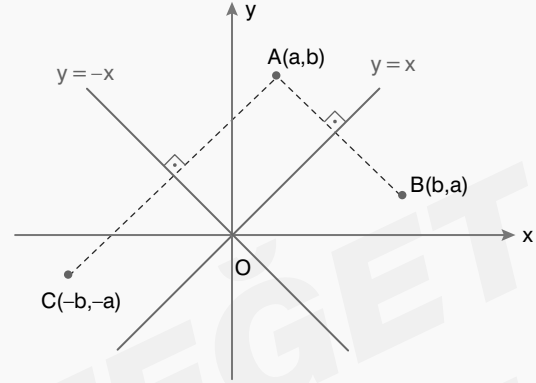


Şekilde  $A(a, b)$  noktasının orijine göre simetriği  $B(-a, -b)$  dir.

### Noktanın $y = x$ ve $y = -x$ Doğrusuna Göre Simetriği

Bir noktanın  $y = x$  doğrusuna göre simetriği alınırken, apsis ve ordinatı yer değiştirir.

Bir noktanın  $y = -x$  doğrusuna göre simetriği alınırken, apsis ve ordinatı hem yer değiştirir hem de işaret değiştirir.



$A(a, b)$  noktasının  $y = x$  doğrusuna göre simetriği  $B(b, a)$  dir.

$A(a, b)$  noktasının  $y = -x$  doğrusuna göre simetriği  $C(-b, -a)$  dir.

### Örnek 7

$A(2, -3)$  noktasının orijine göre simetriği nedir?

### Örnek 8

Köşe noktalarının koordinatları  $A(4, -3)$ ,  $B(2, 5)$  ve  $C(6, -5)$  olan  $ABC$  üçgeninin orijine göre simetriği olan üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları nedir?

### Örnek 9

Dik koordinat düzleminde,  $A(-4, 3)$  noktasının  $y = x$  doğrusuna göre simetriği  $B$  noktası ve  $C(5, 2)$  noktasının  $y = -x$  doğrusuna göre simetriği  $D$  noktasıdır.

Buna göre,  $|BD|$  uzunluğu kaç birimdir?

### Örnek 10

Dik koordinat düzleminde,  $A(2, 5)$  noktasının  $x$  eksenine göre yansıması  $B$  noktası ve  $C(-3, 1)$  noktasının  $y = x$  doğrusuna göre simetriği  $D$  noktasıdır.

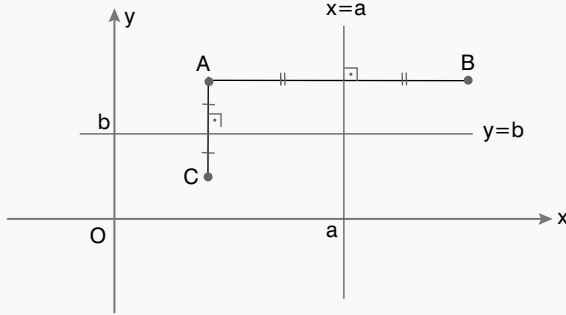
Buna göre,  $BD$  doğrusunun eğimi kaçtır?



## Simetri ve Bileşke Dönüşümler

**Noktanın  $x = a$  ve  $y = b$  Doğrularına Göre Simetriği**

$A(c, d)$  noktasının  $x = a$  doğrusuna göre simetriği  $B(2a - c, d)$  ve  $y = b$  doğrusuna göre simetriği  $C(c, 2b - d)$  noktasıdır.



Veya; yukarıdaki gibi verileri analitik düzleme taşıyıp simetri dönüşümlerini uygulayabilirsiniz.

**Dikkat:**

Bir noktanın  $x = a$  doğrusuna göre simetriği alınırken ordinatı ve  $y = b$  doğrusuna göre simetriği alınırken apsisi sabit kalmaktadır.

Noktalar ile doğrular arasındaki apsis veya ordinatın artış veya azalış miktarları ise eşittir.

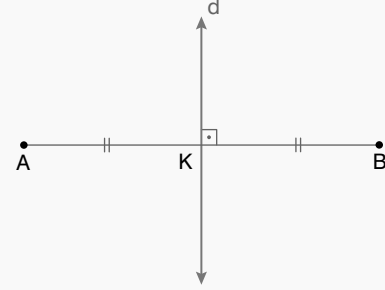
Örneğin;  $K(-3, 4)$  noktasının  $x = 2$  doğrusuna göre simetriğinde ; apsis  $-3$  den  $2$  ye  $5$  artarsa  $5$  daha artar ve  $7$  olur. Ordinat ise sabit kalacağından nokta  $(7, 4)$  bulunur.

$L(-2, 5)$  noktasının  $y = -1$  doğrusuna göre simetriğinde ; ordinat  $5$  den  $-1$  e  $6$  azalırsa  $6$  daha azalır ve  $-7$  olur. Apsis ise sabit kalacağından nokta  $(-2, -7)$  bulunur.

**Örnek 11**

$A(-5, 2)$  noktasının  $x = -3$  doğrusuna göre simetriği  $B$  noktası ve  $C(3, 5)$  noktasının  $y = 4$  doğrusuna göre simetriği  $D$  noktasıdır.

Buna göre,  $BD$  doğrusunun  $x$  eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

**Bir Noktanın Bir Doğruya Göre Simetriği**

Şekildeki  $A$  noktasının  $d$  doğrusuna göre simetriği  $B$  noktasıdır.

Burada  $[AB] \perp d$  ve  $|AK| = |KB|$  olur.

$A$  noktasının  $d$  doğrusuna göre simetriğini bulmak için;

Önce eğimler çarpımı  $-1$  olacağından  $AB$  doğrusunun eğimi bulunur ve denklemi yazılır. Sonra iki doğrunun ortak çözümünden kesişim noktasının ( $K$ ) koordinatları bulunur.

Son olarak  $A$  noktasının  $K$  noktasına göre simetriği olan  $B$  bulunur.

**Örnek 12**

$A(3, -4)$  noktasının  $x - 2y - 6 = 0$  doğrusuna göre simetriğinin koordinatları nedir?

**Örnek 13**

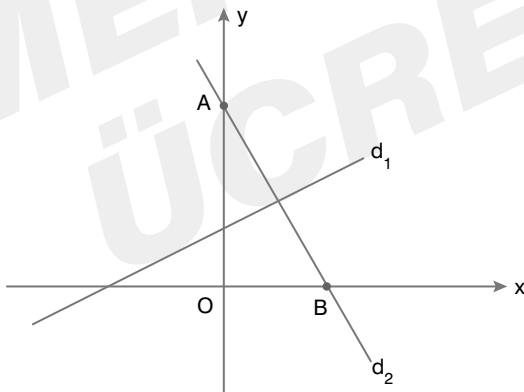
$K(-2, 3)$  noktasının  $x + y + 4 = 0$  doğrusuna göre simetriğinin koordinatları nedir?

**Örnek 14**

$A(2, -3)$  noktasının  $3x - 4y - 3 = 0$  doğrusuna göre simetriği  $B$  noktası olduğuna göre,  $|AB|$  kaç birimdir?

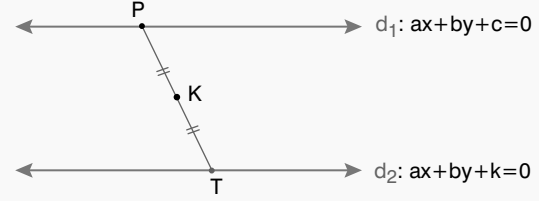
**Örnek 15**

$K(-1, 4)$  noktası ile  $L(3, 2)$  noktası bir  $d$  doğrusuna göre simetrik olduğuna göre,  $d$  doğrusunun denklemi nedir?

**Örnek 16**

Şekildeki  $A$  noktasının  $d_1$  doğrusuna göre simetriği  $B$  noktasıdır.

$d_1$  doğrusunun denklemi  $x - 2y + 6 = 0$  olduğuna göre,  $d_2$  doğrusunun denklemi nedir?

**Bir Doğrunun Bir Noktaya Göre Simetriği**

$d_1$  doğrusunun  $K$  noktasına göre simetriği  $d_2$  doğrusudur.

Bu durumda  $d_1 \parallel d_2$  olur.

$P, K, T$  doğrusal olmak üzere,  $|PK| = |KT|$  olur.

$d_1: ax + by + c = 0$  doğrusunun  $K$  noktasına göre simetriğini bulmak için;  $d_1$  üzerinde koordinatlarını bildiğimiz bir  $P$  noktası alarak  $P$ 'nin  $K$  ye göre simetriği olan  $T$  noktası bulunur.

$T$  yi  $ax + by + k = 0$  doğrusunda yerine yazdığımızda sabit terim ( $k$ ) bulunur.

**Örnek 17**

$x + 3y - 6 = 0$  doğrusunun  $A(2, 1)$  noktasına göre simetriğinin denklemi nedir?

**Örnek 18**

$2x + 5y - 8 = 0$  doğrusunun  $A(3, -2)$  noktasına göre simetriğinin denklemi nedir?



## Simetri ve Bileşke Dönüşümler

**Bilgi:**

Bir doğrunun orijine göre simetriğini de bulabiliriz.  
 $ax + by + c = 0$  doğrusunun orijine göre simetriğinde sadece sabit terim işaret değiştirir ve  $ax + by - c = 0$  olur.  
Veya yukarıda anlattığımız gibi de yapabilirsiniz.

**Örnek 19**

$3x + 4y - 5 = 0$  doğrusunun orijine göre simetriğinin denklemi nedir?

**Bileşke Dönüşümler**

Birden fazla dönüşümün uygulandığı dönüşümlere bileşke dönüşümler denir.

**Örnek 20**

A(2, -4) noktasının orijin etrafında pozitif yönde  $90^\circ$  dönme dönüşümü B olduğuna göre, B nin K(3, 4) noktasına göre simetriği olan C noktasının koordinatları nedir?

**Örnek 21**

Analitik düzlemde; A(-1, 3) noktası x eksenini boyunca pozitif yönde 3 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 2 birim ötelenerek B noktası elde ediliyor.

**B noktasının x eksenine göre simetriği olan C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

**Örnek 22**

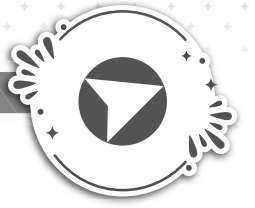
Analitik düzlemde; A(5, -2) noktasının orijin etrafında negatif yönde  $90^\circ$  döndürülmesiyle B noktası ve B noktasının  $y = -x$  doğrusuna göre simetriğinin alınmasıyla C noktası elde ediliyor.

**Buna göre, C noktasının  $y = -2$  doğrusuna göre simetriği olan noktanın koordinatları nedir?**

**Örnek 23**

Analitik düzlemde; K(-3, -4) noktasının orijin etrafında  $180^\circ$  döndürülmesiyle elde edilen noktanın  $x = -3$  doğrusuna göre simetriğinin alınmasıyla T noktası elde ediliyor.

**Buna göre, T noktasının 2 birim sağa ve 3 birim aşağıya ötelenmesiyle elde edilen noktanın koordinatları nedir?**

**Örnek 24**

Analitik düzlemde;  $A(-1, 3)$  noktasının  $x + y - 4 = 0$  doğrusuna göre simetriği olan nokta ile  $B$  noktasının orijin etrafında negatif yönde  $270^\circ$  döndürülmesiyle elde edilen nokta aynıdır.

Buna göre,  $B$  noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

**Örnek 25**

Dik koordinat düzleminde bir  $P(a, b)$  noktası orijin etrafında saat yönünde  $90^\circ$  döndürüldükten sonra elde edilen nokta;  $x$ -ekseni boyunca negatif yönde 2 birim,  $y$ -ekseni boyunca pozitif yönde 4 birim ötelenmişinde yine  $P(a, b)$  noktası elde ediliyor.

Buna göre,  $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

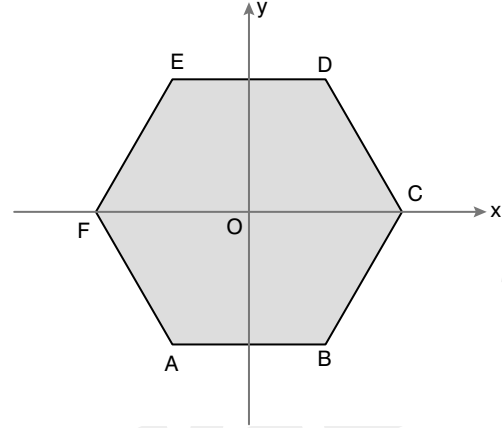
**Örnek 26**

Dik koordinat düzleminde bir  $3x + 4y - 12 = 0$  doğrusunun  $P(2, 4)$  noktasına göre yansması olan  $d$  doğrusu bulunuyor.

$K(a, -3)$  noktasının  $y = 2$  doğrusuna göre yansması  $d$  doğrusunun üzerinde olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

**Örnek 27**

Dik koordinat düzleminde, merkezi  $O$  noktasında olan aşağıdaki  $ABCDEF$  düzgün altıgeni verilmiştir.



Bu altıgen, merkezi etrafında pozitif yönde  $60^\circ$  döndürülüyor. Döndürme sonrası elde edilen altıgenin de  $x$  eksenine göre simetriği alınıyor.

Buna göre, ilk durumda  $D$  noktasının bulunduğu köşeye, son durumda hangi nokta gelir?

**Örnek 28**

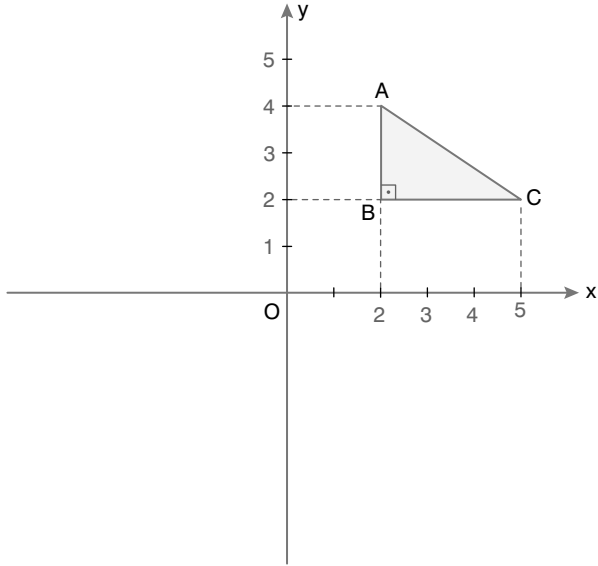
Analitik düzlemde;  $A(-2, 1)$  noktasının  $2x + y + 8 = 0$  doğrusuna göre simetriği olan nokta  $B$  ve  $C(3, -2)$  noktasının orijin etrafında pozitif yönde  $90^\circ$  döndürülmesiyle elde edilen nokta  $D$  dir.

Buna göre,  $BD$  doğrusunun eğimi kaçtır?



## Simetri ve Bileşke Dönüşümler

## Örnek 29



Dik koordinat düzleminde verilen ABC dik üçgeninin x eksenine göre simetriği alınıyor ve A ile A', B ile B', C ile C' simetrik nokta çiftleri olacak şekilde A'B'C' üçgeni elde ediliyor. Elde edilen bu üçgen de A' noktası etrafında saatin tersi yönünde  $90^\circ$  döndürülüyor.

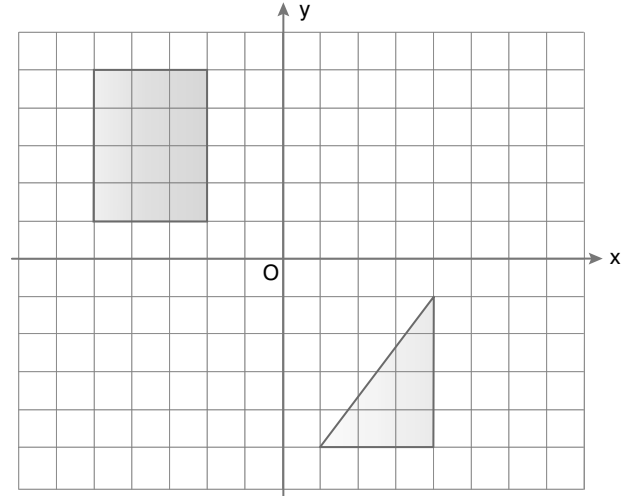
**Bu dönme sonucunda B' noktasına karşılık gelen B'' noktasının koordinatları nedir?**

## Örnek 30

Dik koordinat düzleminde bir A(-4, 2) noktasının orijin etrafında negatif yönde  $90^\circ$  dönme dönüşümü B ve B noktasının  $y = -x$  doğrusuna göre yansıması C noktasıdır.

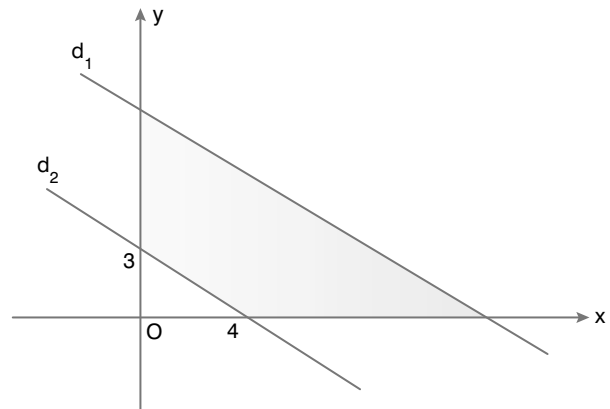
**Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?**

## Örnek 31



**Şekildeki dikdörtgenin orijin etrafında negatif yönde  $90^\circ$  dönme dönüşümü ile dik üçgenin x eksenine göre yansıma dönüşümünün kesişim bölgesinin alanı kaç birimkaredir?**

## Örnek 32



**Şekildeki  $d_1$  ve  $d_2$  doğruları  $K(6, \frac{3}{2})$  noktasına göre simetrik olduklarına göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?**