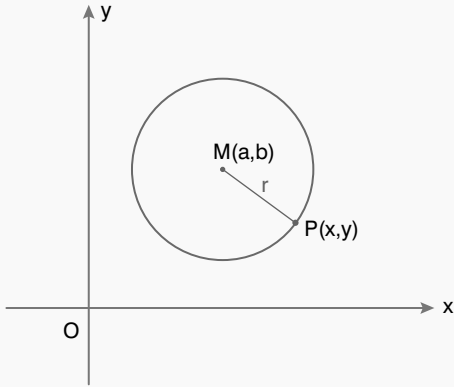




## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

### Çemberin Standart Denklemi

Yarıçapı  $r$  ve merkezi  $M(a, b)$  olan bir çember verilmiş olsun.



Çemberin üzerinde bir  $P(x, y)$  noktası alırsak  $|MP| = r$  olur.

P noktasının çemberin merkezine uzaklığı yarıçapa ( $r$ ) eşittir.

İki nokta arasındaki uzaklık formülünden

$$|MP| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} \text{ yazılırsa}$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \text{ elde edilir.}$$

Bu denkleme çemberin standart denklemi denir.

### Örnek 1

Merkezinin koordinatları  $M(3, -2)$  ve yarıçapı 4 birim olan çemberin standart denklemi nedir?

### Örnek 2

$$(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 36$$

çemberinin yarıçapı ve merkezinin koordinatları nedir?

### Örnek 3

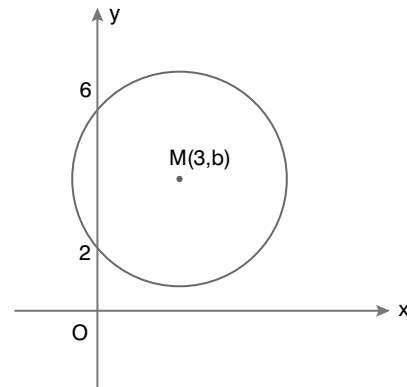
Merkezi  $M(-3, 4)$  olan ve  $P(2, 1)$  noktasından geçen çemberin standart denklemi nedir?

### Örnek 4

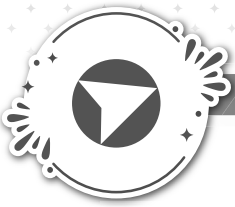
Analitik düzlemde  $K(5, 7)$  ve  $L(-3, 1)$  noktaları veriliyor.

Çapı  $[KL]$  olan çemberin standart denklemi nedir?

### Örnek 5

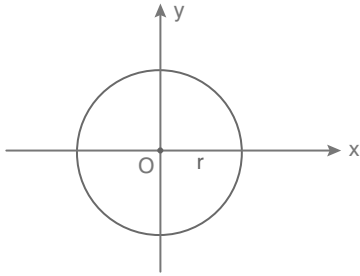


Merkezinin koordinatları  $M(3, b)$  olan ve y eksenini 2 ve 6 noktalarında kesen çemberin standart denklemi nedir?



## Çemberin Analitik İncelenmesi

### Merkezi Orijin Olan Çember:

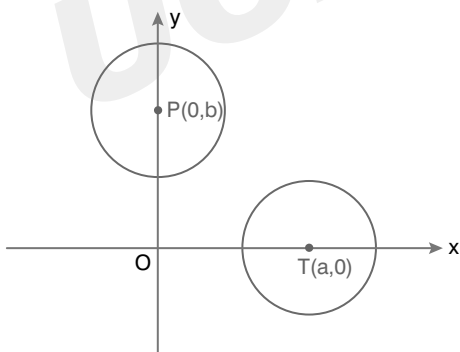


Merkezinin koordinatları  $O(0, 0)$  olduğundan denklemi:  
 $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2$  olur.

### Örnek 6

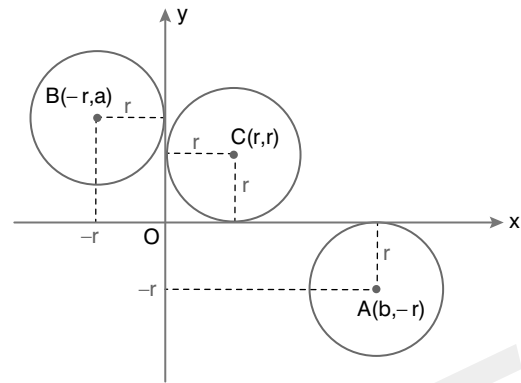
Merkezi orijin olan ve  $P(3, -4)$  noktasından geçen çemberin standart denklemi nedir?

### Merkezi Eksenler Üzerinde Olan Çember:



T merkezli çemberin denklemi  $(x - a)^2 + y^2 = r^2$  biçiminde,  
P merkezli çemberin denklemi  $x^2 + (y - b)^2 = r^2$  biçiminde olur.

### Eksellere Teğet Olan Çember:



Şekildeki çemberlerin merkez koordinatlarına ve yarıçaplarına göre denklemlerini yazınız.

### Örnek 7

Merkezi x ekseninde ve y eksenine teğet olan 4 birim yarıçaplı çemberlerin standart denklemi nedir?

### Örnek 8

Analitik düzlemin 2. bölgesinde eksellere teğet olan,  $K(-8, 9)$  noktasından geçen ve yarıçapı 10 birimden küçük olan çemberin standart denklemi nedir?



## Çemberin Analitik İncelenmesi

### Örnek 9

Merkezi  $2x - y - 12 = 0$  doğrusu üzerinde bulunan ve her iki eksene de IV. bölgede teğet olan çemberin standart denklemi nedir?

### Çemberin Genel Denklemi

Merkezi  $M(a, b)$  ve yarıçapı  $r$  olan çemberin

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  denklemini açarsak,

$(x^2 - 2ax + a^2) + (y^2 - 2by + b^2) = r^2$

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$  olur.

$-2a = D$ ,  $-2b = E$  ve  $a^2 + b^2 - r^2 = F$  dersek,

çemberin genel denklemi,  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  olur.

Genel çember denkleminde;

merkezin koordinatları,  $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$

yarıçap;  $r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

### Örnek 10

Merkezinin koordinatları  $M(-4, 3)$  ve yarıçapı  $4\sqrt{2}$  birim olan çemberin genel denklemi nedir?

### Örnek 11

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$$

çemberinin merkezinin koordinatları ve yarıçapı nedir?

### Bilgi:

Genel çember denkleminde yarıçap ve merkez koordinatları bulunurken,  $x^2$  ve  $y^2$  nin katsayıları 1 olmalıdır.

### Örnek 12

$$3x^2 + 3y^2 - 18x + 12y - 15 = 0$$

çemberinin merkezinin koordinatları ve yarıçapı nedir?

### Çember Belirtme Şartları

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

denkleminin bir çember belirtmesi için;

$x^2$  ve  $y^2$  nin katsayıları eşit olmalıdır. ( $A = B \neq 0$ )

Çember denkleminde  $x \cdot y$  li terim olmamalıdır. ( $C = 0$ )

$D^2 + E^2 - 4F > 0$  olmalıdır. ( $r > 0$  olmalıdır.)

$D^2 + E^2 - 4F = 0$  olursa nokta belirtir.



## Çemberin Analitik İncelenmesi

### Örnek 13

$$ax^2 + (2a - 4)y^2 + (b + 3)xy + 2x + y - 2 = 0$$

denklemleri bir çember belirttiğine göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

### Örnek 14

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + k - 2 = 0$$

denklemleri bir çember belirttiğine göre,  $k$ 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

### Örnek 15

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + k = 0$$

denklemleri bir nokta belirttiğine göre, noktanın koordinatları ve  $k$  değeri nedir?

### Dir Doğru İle Bir Çemberin Durumu

Bir doğru ile çemberin kesişim noktalarının koordinatlarını bulmak için, ikisinin denklemleri ortak çözülür.

Doğru denkleminde  $y$  çekilerek çember denkleminde yerine yazılırsa  $ax^2 + bx + c = 0$  biçiminde bir denklem elde edilir.

Bu denklemin kökleri kesişim noktalarının apsiseridir.

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin diskriminantı  $\Delta = b^2 - 4ac$  dir.

- 1)  $\Delta > 0$  ise denklemin iki farklı kökü vardır.  
Bu durumda, doğru çemberi iki noktada keser.
- 2)  $\Delta = 0$  ise denklemin çift katlı kökü vardır.  
Bu durumda doğru çemberi tek noktada keser.  
Yani doğru çembere teğettir.
- 3)  $\Delta < 0$  ise denklemin kökü yoktur.  
Bu durumda doğru çemberi kesmez.

### Örnek 16

$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 48 = 0$$

çemberi ile  $y = 2$  doğrusunun birbirine göre durumunu inceleyelim.

### Örnek 17

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 31 = 0$$

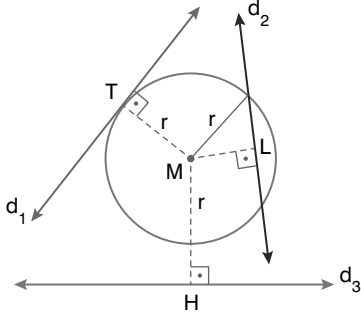
çemberi ile  $3x + 4y + 18 = 0$  doğrusunun birbirine göre durumunu inceleyelim.



## Çemberin Analitik İncelenmesi

### Bilgi:

Bir doğru ile bir çemberin durumları çember merkezinin doğruya olan uzaklığına bakılarak da belirlenebilir.



- $r < |MH|$  olduğundan  $d_3$  doğrusu çembere kesmez.
- $r = |MT|$  olduğundan  $d_1$  doğrusu çembere teğettir.
- $r > |ML|$  olduğundan  $d_2$  doğrusu çembere iki noktada keser.

### Örnek 18

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + k = 0$$

çemberi  $3x - 4y - 8 = 0$  doğrusunu kesmediğine göre,  $k$ 'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

### Örnek 19

$$x^2 + y^2 - 6x - 10y + 2k = 0$$

çemberi  $x - 2y - 3 = 0$  doğrusuna teğet olduğuna göre,  $k$ 'nin değeri kaçtır?

### Örnek 20

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 4 = 0$$

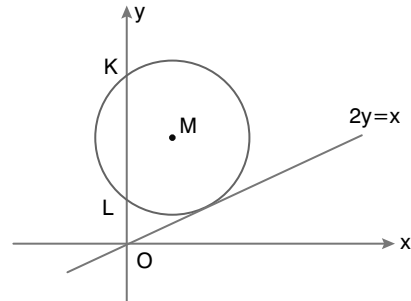
çemberi ile  $4x - 3y - 3 = 0$  doğrusu A ve B noktalarında kesiştiğine göre,  $|AB|$  kaç birimdir?

### Örnek 21

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y - 8 = 0$$

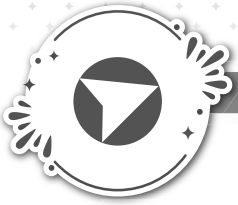
çemberi ile  $x + y - 1 = 0$  doğrusunun kesişim noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

### Örnek 22



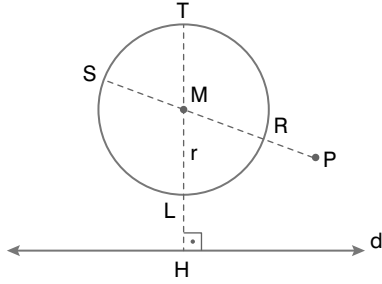
Şekildeki  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = r^2$  denklemi ile verilen M merkezi çember  $2y = x$  doğrusuna teğettir.

Buna göre,  $|LO|$  kaç birimdir?



## Çemberin Analitik İncelenmesi

### Bilgi:



Çemberin  $d$  doğrusuna en yakın noktası  $L$  ve en uzak noktası ise  $T$  dir.

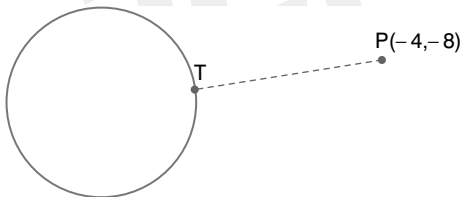
Çemberin  $P$  noktasına en yakın noktası  $R$  ve en uzak noktası ise  $S$  dir.

### Örnek 23

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

çemberinin  $3x - 4y + 32 = 0$  doğrusuna en uzak noktasının bu doğruya uzaklığı kaç birimdir?

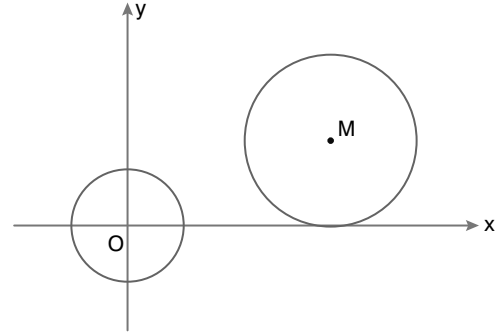
### Örnek 24



Şekildeki denklemi  $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 25$  olan çemberin  $P(-4, -8)$  noktasına en yakın noktası  $T$  dir.

Buna göre,  $T$  noktasının koordinatları nedir?

### Örnek 25

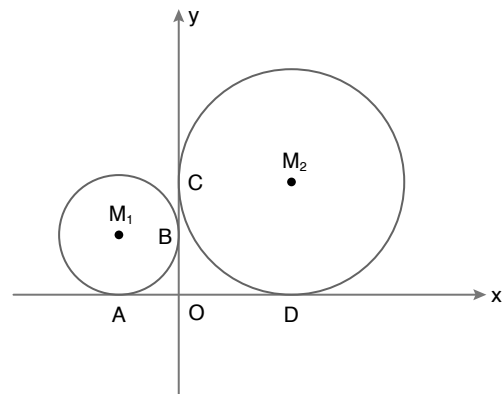


Şekildeki  $M$  merkezli çemberin denklemi

$$(x - 12)^2 + (y - 5)^2 = 25 \text{ dir.}$$

$O$  ve  $M$  merkezli çemberlerin birbirine en yakın noktaları arasındaki uzaklık,  $M$  merkezli çemberin yarıçapına eşit olduğuna göre,  $O$  merkezli çemberin denklemi nedir?

### Örnek 26



Dik koordinat düzleminde  $M_1$  merkezli çember eksenlere  $A$  ve  $B$  noktalarında,  $M_2$  merkezli çember eksenlere  $C$  ve  $D$  noktalarında teğettir.

Çemberlerin denklemleri;

$$(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = k \text{ ve } (x - 12)^2 + (y - 12)^2 = t$$

olduğuna göre,  $M_1$  ile  $M_2$  noktalarını birleştiren doğru parçası  $y$  - eksenini hangi noktada keser?