



bölüm 1

YÖNLÜ AÇILAR

Pozitif Yön - Negatif Yön

Saatın dönme yönünün tersi pozitif yön,
saatin dönme yönü negatif yön kabul edilmiştir.



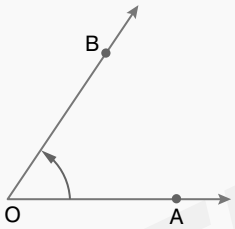
Pozitif Yön



Negatif Yön

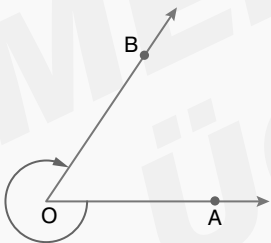
Yönlü Açılar

\widehat{AOB} açısında,



[OA başlangıç kenarından,
[OB bitiş kenarına
saat yönünün tersine gidildiğinde
pozitif yönlü açı olur.

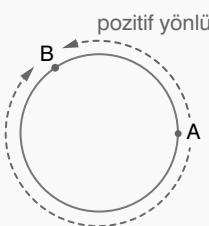
$$m(\widehat{AOB}) > 0$$



[OA başlangıç kenarından,
[OB bitiş kenarına
saat yönünde gidilirse
negatif yönlü açı olur.

$$m(\widehat{AOB}) < 0$$

Yönlü Yaylar



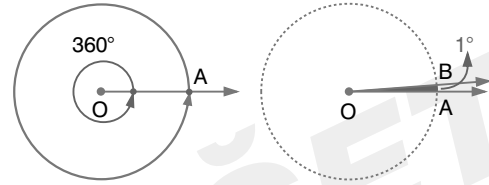
negatif yönlü \widehat{AB} yayı

Bir çember yayının ölçüsü,
saat yönünün tersine alınırsa po-
zitif yönlü,
saat yönünde alınırsa negatif
yönlü olur.

Açı Ölçü Birimleri

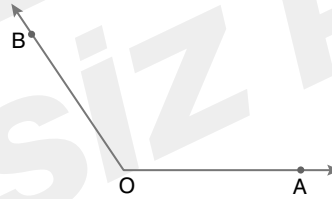
▶ Derece

Tam bir çember yayı 360 eş parçaya bölündüğünde, bu eş yay-
lardan birini gören merkez açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.



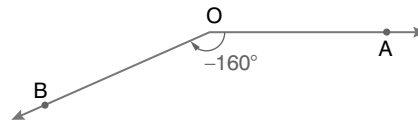
Tam bir çember yayının ölçüsü 360° dir.

Örnek ▶ 1



Şekildeki AOB açısının ne-
gatif ve pozitif yönden öl-
çülerini gösteriniz.

Örnek ▶ 2



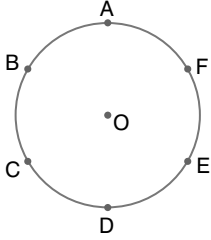
Şekildeki negatif
yönlü AOB açısının
ölçüsü -160° dir.

Buna göre, AOB açısının pozitif yönlü ölçüsü kaç derecedir?



Yönlü Açılar

Örnek 3



Şekildeki O merkezli çember üzerine eşit aralıklar ile altı nokta yerleştirilmiştir.

Buna göre,

- yönlü \widehat{AFE} yayının
- yönlü \widehat{DAB} yayının ölçüsü kaç derecedir?

Derecenin As Katları (Dakika, Saniye)

1 derecenin altmışta birine 1 dakika (1') denir.

1 dakikanın altmışta birine 1 saniye (1'') denir.

$$1^\circ = 60 \text{ dakika} = 3600 \text{ saniye}$$

Örnek 4

$10^\circ 15' 17''$ lik açı kaç saniyedir?

Örnek 5

$12550''$ lik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

Örnek 6

$4\alpha = 17^\circ$ olduğuna göre, 5α 'nın tümleri kaç derece, kaç dakikadır?

Örnek 7

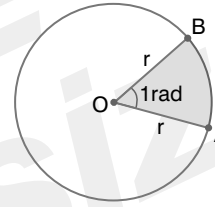
$$a = 35^\circ 45'$$

$$b = 21^\circ 55''$$

- $a + b$ kaç derece, kaç dakikadır?
- $a - b$ kaç derece, kaç dakikadır?
- $3b$ kaç derece, kaç dakikadır?

Radyan

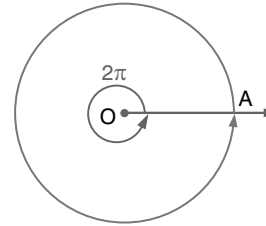
r birim yarıçaplı bir çemberde, uzunluğu r birim olan çember yayını gören merkez açının ölçüsü 1 radyandır.



$$|AB| = r \text{ birim}$$

$$m(\widehat{AOB}) = 1 \text{ radyan}$$

Tam çember yayını gören merkez açının ölçüsü 2π radyandır.



Radyan ve Derecenin Birbirine Çevrilmesi

Tam açının ölçüsü, $360^\circ = 2\pi$ radyandır.

$$\pi \text{ radyan} = 180^\circ$$

Derece ve radyan açı ölçü birimleri

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \text{ bağıntısı ile birbirine çevrilebilir.}$$

**Örnek 8**

$\frac{3\pi}{10}$ radyanlık açı kaç derecedir?

Örnek 9

50° lik açı kaç radyandır?

$\frac{\pi}{3}$ radyan = derecedir.

$\frac{5\pi}{6}$ radyan = derecedir.

$\frac{3\pi}{4}$ radyan = derecedir.

$\frac{3\pi}{2}$ radyan = derecedir.

30° = radyandır.

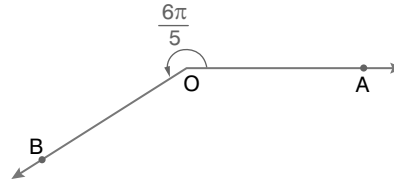
45° = radyandır.

90° = radyandır.

120° = radyandır.

210° = radyandır.

330° = radyandır.

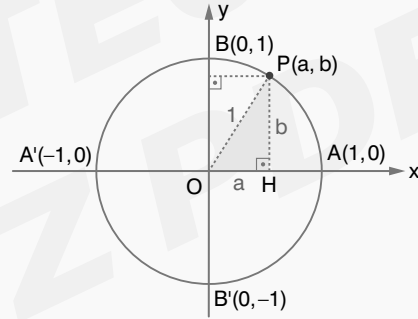
Örnek 10

Şekildeki pozitif yönlü AOB açısının ölçüsü $\frac{6\pi}{5}$ radyandır.

Buna göre, negatif yönlü AOB açısının ölçüsü kaç radyandır?

BİRİM ÇEMBER

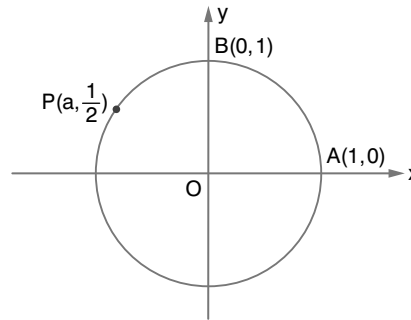
Merkezi orijinde ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir.



$P(a, b)$ birim çember üzerinde herhangi bir nokta olsun.

ÖHP dik üçgeninde pisagor bağıntısından,

$$a^2 + b^2 = 1 \text{ olur.}$$

Örnek 11

Şekilde, $P(a, \frac{1}{2})$ noktası birim çember üzerindedir.

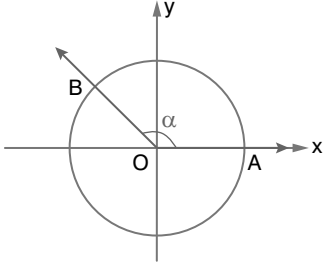
Buna göre, a kaçtır?



Yönlü Açılar

▶ Birim Çemberde Açının Standart Konumu

Köşesi orijinde ve başlangıç kenarı pozitif x ekseninde olan açı standart konumdadır.

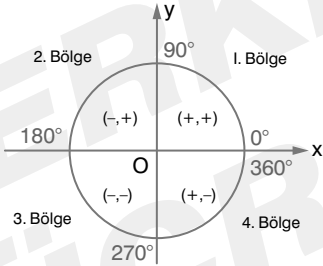
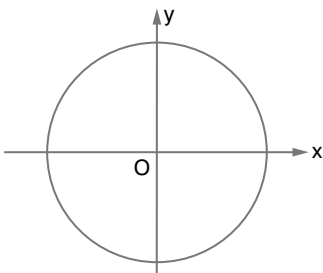


Şekildeki AOP açısı standart konumdadır.

▶ Birim Çemberde Bölgeler

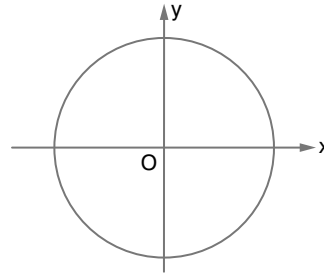
Standart konumdaki bir açının ölçüsü,

1. 0° ile 90° arasında ise açı 1. bölgededir.
2. 90° ile 180° arasında ise açı 2. bölgededir.
3. 180° ile 270° arasında ise açı 3. bölgededir.
4. 270° ile 360° arasında ise açı 4. bölgededir.

**Örnek ▶ 12**

Şekildeki birim çemberde 120° lik açığı gösteriniz.

120° lik açı hangi bölgededir?

Örnek ▶ 13

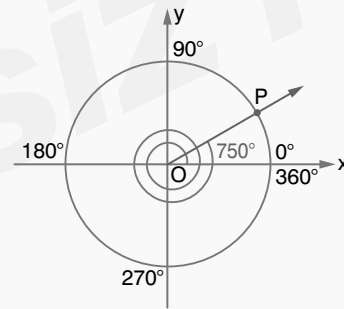
Şekildeki birim çemberde,

a. $\frac{7\pi}{6}$ radyanlık açığı gösteriniz ve hangi bölgede olduğunu bulunuz.

b. $-\frac{\pi}{4}$ radyanlık açığı gösteriniz ve hangi bölgede olduğunu bulunuz.

Esas Ölçü

Birim çemberde, 360° den büyük açıların bitiş kenarı 360° den küçük pozitif bir açı ile aynı yere denk gelir.



Örneğin,

şekildeki gibi

30° , 390° ve 750° aynı yerdedir.

$$390^\circ = 30^\circ + 360^\circ$$

$$750^\circ = 30^\circ + 2 \cdot 360^\circ$$

390° ve 750° nin esas ölçüsü 30° dir.

$30^\circ - 360^\circ = -330^\circ$ nin esas ölçüsü de 30° dir.

▶ Esas Ölçü (Derece)

$k \in \mathbb{Z}$ ve $\alpha \in [0^\circ, 360^\circ)$ olmak üzere,

birim çember üzerinde α açısı ile $\alpha + k \cdot 360^\circ$ açısı aynı açıdır.

$0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ ve $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, ölçüsü

$$\alpha + k \cdot 360^\circ$$

olan açının esas ölçüsü α derecedir.

**Örnek 14**

410° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Örnek 15

845° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Bir açının 360° ye bölümünden kalan, derece cinsinden esas ölçüsüdür.

Negatif açıların mutlak değeri 360° ye bölünür, kalan 360° den çıkarılarak esas ölçü bulunur.

Negatif açının mutlak değeri 360° den küçük ise bu değer 360° den çıkarılıp esas ölçü bulunur.

Örnek 16

-125° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Örnek 17

-980° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Örnek 18

Ölçüsü 1000° den büyük ve esas ölçüsü 110° olan en küçük açı kaç derecedir?

Esas Ölçü (Radyan)

$0 \leq \alpha < 2\pi$ ve $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, ölçüsü

$$\alpha + k \cdot 2\pi$$

olan açının radyan cinsinden esas ölçüsü α radyandır.

Radyan türünden verilen kesirli açıda, payı paydanın 2 katına böleriz.

Kalan sayı paya yazılır, paydadaki sayı paydaya yazılır ve π ile çarpılır.

Radyan cinsinden negatif yönlü açının esas ölçüsünü bulmak için önce verilen açının mutlak değerinin esas ölçüsü bulunur. Sonra bulunan değer 2π den çıkarılır.

Örnek 19

$\frac{53\pi}{10}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Örnek 20

$\frac{67\pi}{4}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?



Yönlü Açılar

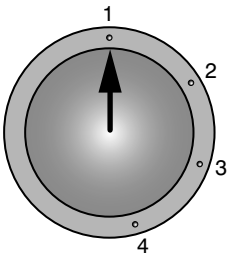
Örnek ▷ 21

$-\frac{3\pi}{5}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Örnek ▷ 22

$-\frac{33\pi}{7}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Örnek ▷ 23

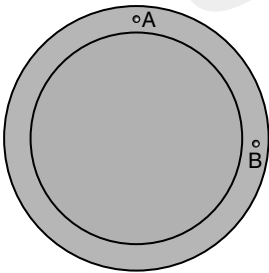


Şekilde, 4 programlı bir makinenin programları dairesel kumanda düğmesi üzerinde eşit aralıklar ile sıralanmıştır.

Üzerinde siyah ok bulunan dairesel düğme 1. programı göstermekte iken saat yönünde 830° döndürüldüğünde 3. programı gösteriyor.

Buna göre, 3. programı gösteren düğme pozitif yönde en az kaç derece döndürülürse 4. programı gösterir?

Örnek ▷ 24

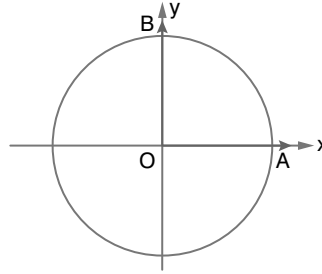


Şekildeki dairesel koşu pistinin A ve B noktalarında bulunan koşucular arasında 90° lik yay vardır.

A koşucusu pozitif yönde 500° , B koşucusu negatif yönde 410° dönüyor.

Buna göre, son durumda A ve B koşucuları arasındaki küçük yayın ölçüsü kaç derecedir?

Örnek ▷ 25



Şekildeki birim çemberde verilen AOB açısının bitiş kenarı pozitif yönde $\frac{55\pi}{3}$ radyan döndürülüyor.

Buna göre, son durumda pozitif yönlü AOB açısının ölçüsü kaç radyan olur?

Örnek ▷ 26

Esas ölçüsü $\frac{\pi}{3}$ olan en büyük negatif açının ölçüsü kaç radyandır?

Örnek ▷ 27

k üç basamaklı bir doğal sayı olmak üzere,

$\frac{k\pi}{4}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{7\pi}{4}$ radyan olduğuna göre,

k en az kaçtır?