

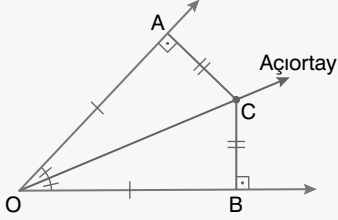


ÜÇGENDE AÇIORTAY



Açıortay

Bir açıyı iki eş açıya bölen ışına **açıortay** denir.

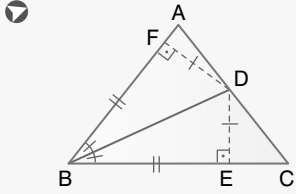


Açıortay üzerindeki herhangi bir noktadan açının kenarlarına çizilen dik uzunluklar eşittir.

$[CA] \perp [OA]$, $[CB] \perp [OB]$
ise $|CB| = |CA|$ ve

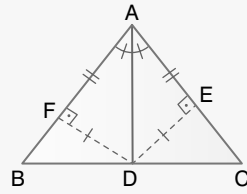
$|OB| = |OA|$ olur.

Üçgende açıortayın kenarı kestiği noktadan üçgenin diğer kenarlarına çizilen dik uzunluklar birbirine eşittir.



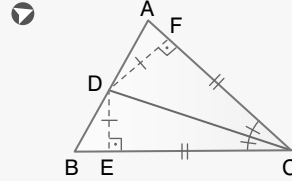
$|DE| = |DF|$ ve

$|BE| = |BF|$ dir.

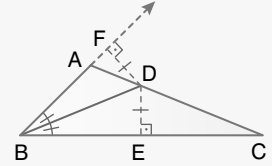


$|DE| = |DF|$ ve

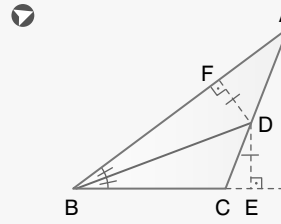
$|AF| = |AE|$ dir.



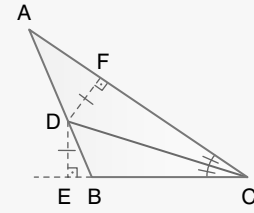
$|DE| = |DF|$ ve
 $|EC| = |FC|$ dir.



$|DE| = |DF|$ ve
 $|BE| = |BF|$ dir.

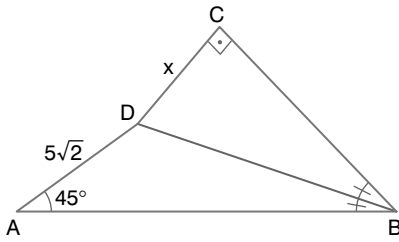


$|DE| = |DF|$ ve
 $|BE| = |BF|$ dir.



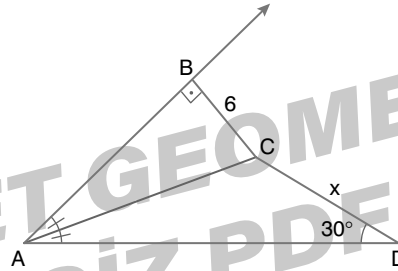
$|DE| = |DF|$ ve
 $|EC| = |FC|$ dir.

Örnek 1



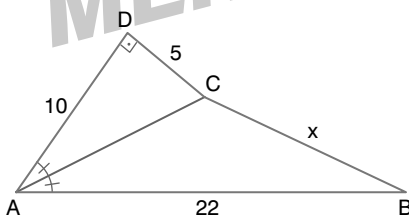
$[BD]$ açıortay
 $|DC| = x = ?$

Örnek 3



$[AC]$ açıortay
 $|CD| = x = ?$

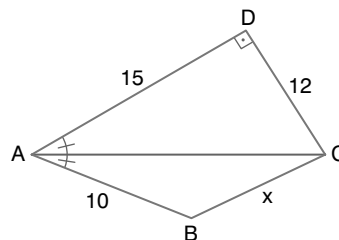
Örnek 2



$m(\angle DAC) = m(\angle CAB)$
 $[CD] \perp [AD]$
 $|AD| = 10$ cm
 $|DC| = 5$ cm
 $|AB| = 22$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CB| = x$ kaç cm dir?

Örnek 4



$[AC]$ açıortay
 $[CD] \perp [AD]$
 $|AD| = 15$ cm
 $|DC| = 12$ cm
 $|AB| = 10$ cm

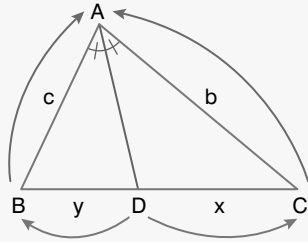
Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?



Üçgende Açığortay

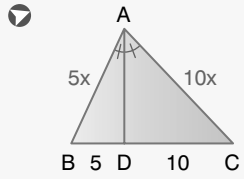
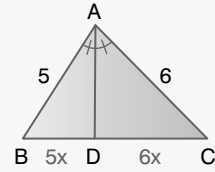
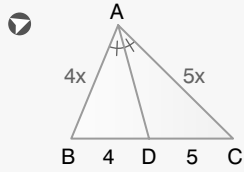
İç Açığortay Teoremi

Açığortayın ayırdığı parçaların oranı, üçgenin kenarlarının oranına eşittir.

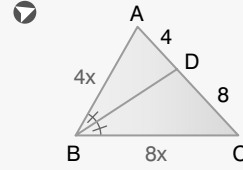
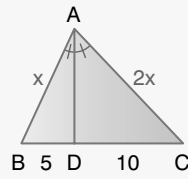


[AD]; Açığortay

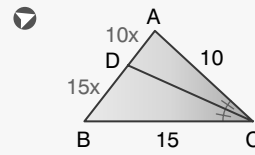
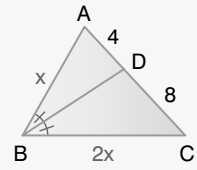
$$\frac{x}{y} = \frac{b}{c} \text{ veya } \frac{x}{b} = \frac{y}{c} \text{ dir.}$$



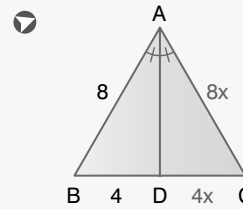
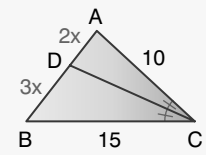
veya



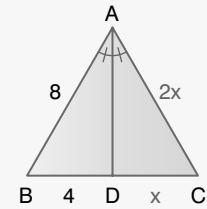
veya



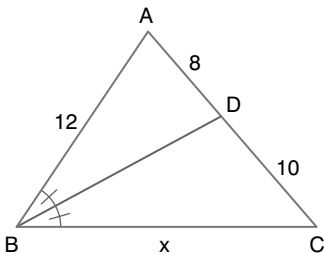
veya



veya



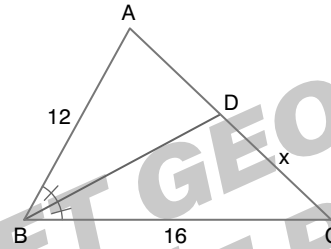
Örnek 5



[BD] açığortay

$$|BC| = x = ?$$

Örnek 7



ABC bir üçgen

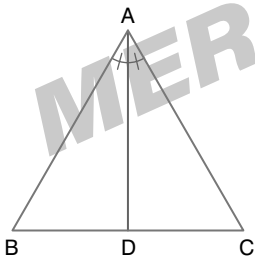
[BD] açığortay

$$|AB| = 12 \text{ cm}$$

$$|BC| = 16 \text{ cm}$$

ABC üçgeninin çevresi 42 cm olduğuna göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

Örnek 6



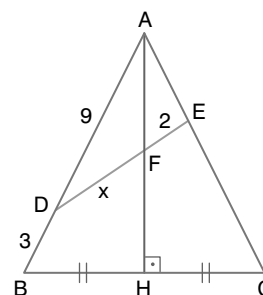
ABC bir üçgen

[AD] açığortay

$$\frac{|AB|}{|BD|} = \frac{5}{3}$$

ABC üçgeninin çevresi 40 cm olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

Örnek 8



ABC bir üçgen

[AH] \perp [BC]

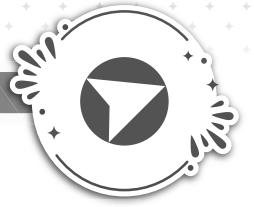
$$|BH| = |HC|$$

$$|DB| = 3 \text{ cm}$$

$$|AD| = 9 \text{ cm}$$

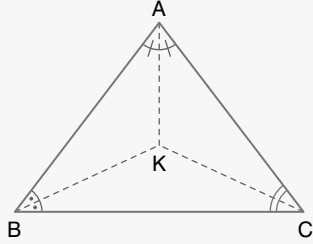
$$|FE| = 2 \text{ cm}$$

$|EC| = 2|AE|$ olduğuna göre, $|DF| = x$ kaç cm dir?



İç Açortayların Kesim Noktası

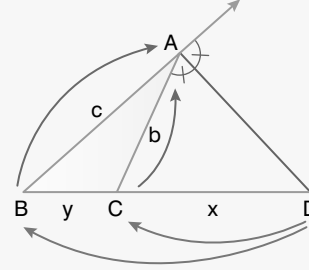
Üçgenin iç açortayları bir noktada kesişir. Daha önce üçgende açı kısmında anlatmıştık. Unutanlar için hatırlatalım.



K; üçgenin açortaylarının kesim noktasıdır.

Aynı zamanda K; ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.

Dış Açortay Teoremi

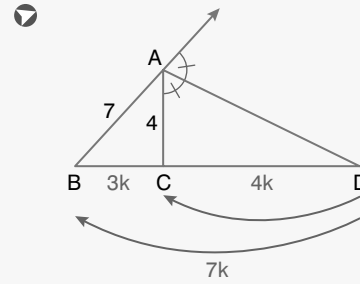


[AD]; Dış açortay

$$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{b}{c} = \frac{x}{x+y}$$

veya $\frac{x}{b} = \frac{x+y}{c}$ dir.

Örneğin;



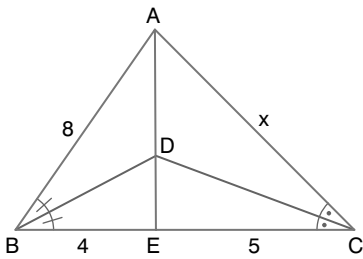
$$\frac{4}{7} = \frac{|DC|}{|DB|} \text{ yani}$$

$$|CD| = 4k \text{ ise}$$

$$|DB| = 7k \text{ olup}$$

$$|BC| = 3k \text{ olur.}$$

Örnek 9



ABC bir üçgen

[BD] ve [CD]

açortay

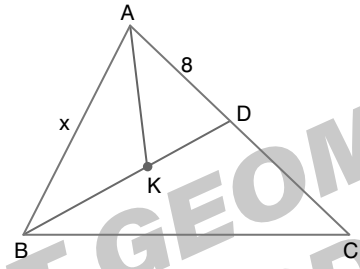
$$|AB| = 8 \text{ cm}$$

$$|BE| = 4 \text{ cm}$$

$$|EC| = 5 \text{ cm}$$

A, D, E noktaları doğrusal olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

Örnek 11



ABC bir üçgen

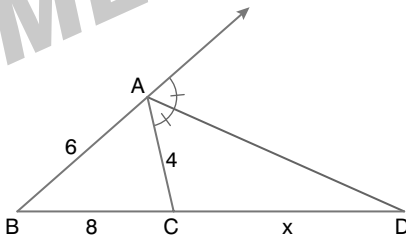
$$|BK| = 2|KD|$$

$$|AD| = 8 \text{ cm}$$

$$|AB| = x$$

B, K, D noktaları doğrusal ve K noktası ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

Örnek 10



ABC bir üçgen

[AD] dış açortay

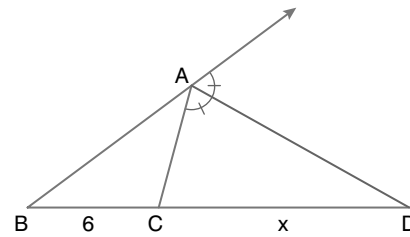
$$|AC| = 4 \text{ cm}$$

$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?

Örnek 12



ABC bir üçgen

[AD] dış açortay

$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

B, C, D noktaları doğrusal ve $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

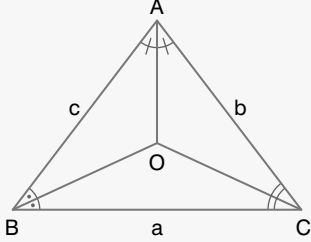
$|CD| = x$ kaç cm dir?



Üçgende Açığortay

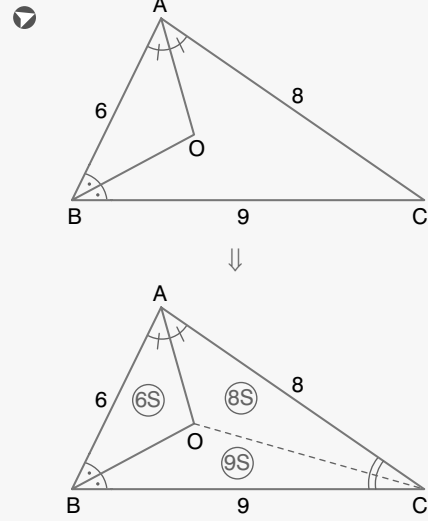
Açığortay Alan İlişkisi

- ☛ ABC üçgeninin kenar uzunlukları a , b , c ve $[AO]$, $[BO]$, $[CO]$ açığortay olmak üzere,

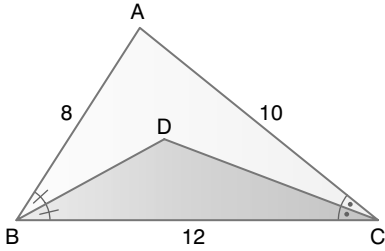


$$\frac{\text{Alan}(BOC)}{a} = \frac{\text{Alan}(AOC)}{b} = \frac{\text{Alan}(AOB)}{c} \text{ olur.}$$

Yani BOC, AOC ve AOB üçgenlerinin alanlarının oranı, yükseklikleri eşit olduğundan tabanlarının oranına eşit olur.



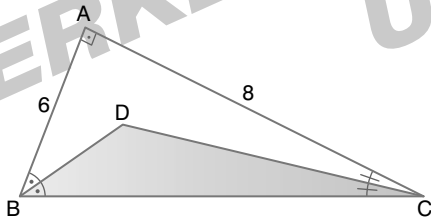
Örnek 13



ABC bir üçgen, $[BD]$ ve $[CD]$ açığortay, $|AB| = 8$ cm, $|AC| = 10$ cm, $|BC| = 12$ cm

Buna göre, sarı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranı kaçtır?

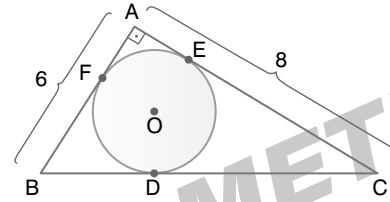
Örnek 14



ABC bir üçgen, $[BA] \perp [AC]$, $[BD]$ ve $[CD]$ açığortay, $|BA| = 6$ cm, $|AC| = 8$ cm

Buna göre, $A(BDC)$ kaç cm^2 dir?

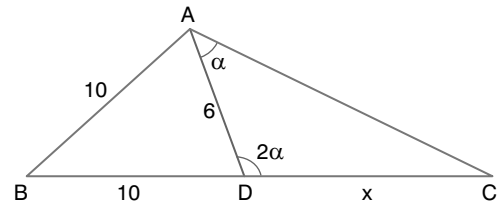
Örnek 15



ABC dik üçgen, $[BA] \perp [AC]$, $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 8$ cm

Buna göre, ABC üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

Örnek 16

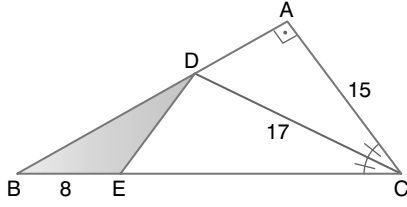


ABC bir üçgen, $|BA| = |BD| = 10$ cm, $|AD| = 6$ cm,

$m(\widehat{ADC}) = 2m(\widehat{DAC}) = 2\alpha$ olduğuna göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?



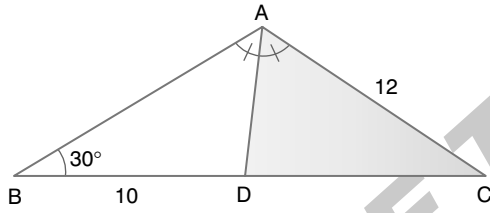
Örnek 17



ABC dik üçgen, [CD] açıortay, $[AB] \perp [AC]$, $|AC| = 15$ cm,
 $|DC| = 17$ cm, $|BE| = 8$ cm

Buna göre, $A(BDE)$ kaç cm^2 dir?

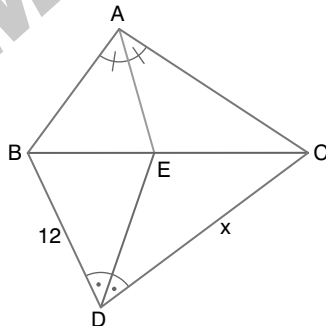
Örnek 18



ABC bir üçgen
 [AD] açıortay
 $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$
 $|BD| = 10$ cm
 $|AC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $A(ADC)$ kaç cm^2 dir?

Örnek 19

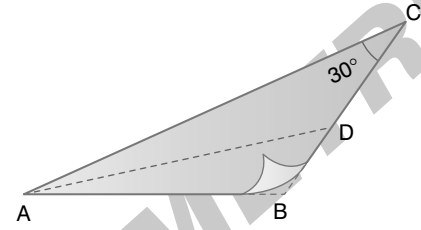


ABC bir üçgen
 [AE] ve [DE]
 açıortay
 $|BD| = 12$ cm

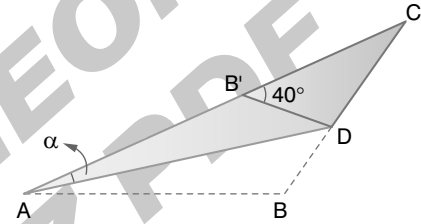
$2|AC| = 3|AB|$ olduğuna göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

Örnek 20

ABC üçgeni biçimindeki kâğıt [AD] boyunca Şekil - I'deki gibi katlanıyor.



Şekil - I



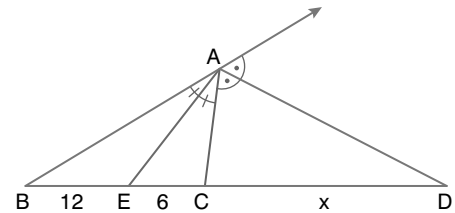
Şekil - II

Katlama sonucunda B noktası [AC] üzerindeki B' noktasına geliyor.

$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$, $m(\widehat{CB'D}) = 40^\circ$, $m(\widehat{CAD}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

Örnek 21



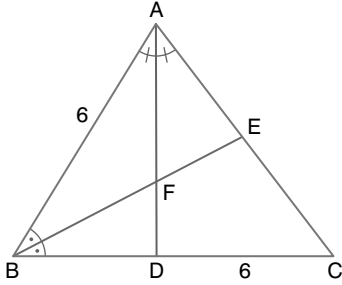
ABC bir üçgen, [AE] ve [AD] açıortay, $|BE| = 12$ cm,
 $|EC| = 6$ cm

B, C, D noktaları doğrusal olduğuna göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?



Üçgende Açıortay

Örnek 22

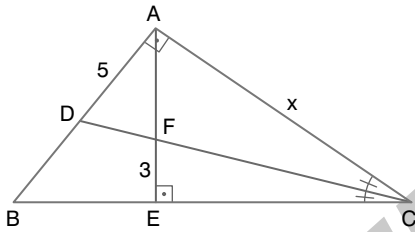


ABC bir üçgen, [BE] ve [AD] açıortay, $2|AF| = 3|FD|$,

$|AB| = |DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CA|$ kaç cm dir?

Örnek 23



ABC bir dik üçgen

[CD] açıortay

$[BA] \perp [AC]$

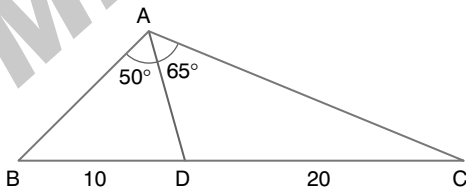
$[AE] \perp [BC]$

$|AD| = 5$ cm

$|FE| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

Örnek 24



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAD}) = 50^\circ$

$m(\widehat{DAC}) = 65^\circ$

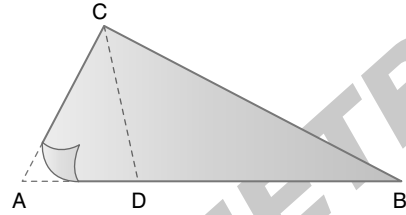
$|BD| = 10$ cm

$|DC| = 20$ cm

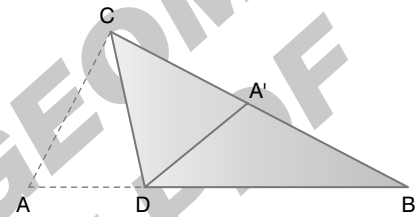
Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|DA|}{|BA|}$ oranı kaçtır?

Örnek 25

$|DB| = 2|AD|$, $\text{Alan}(ABC) = 30 \text{ cm}^2$



Şekil - I

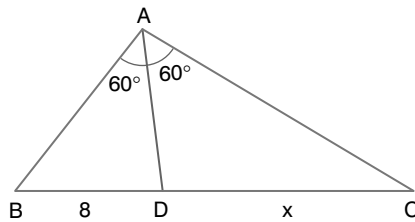


Şekil - II

Şekil - I'deki ABC üçgeni biçimindeki kâğıt [CD] boyunca katlandığında A köşesi [CB] üzerindeki A' noktasına geliyor. (Şekil - II)

Buna göre, $\text{Alan}(DA'B)$ kaç cm^2 dir?

Örnek 26



ABC bir üçgen, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 60^\circ$, $3|AD| = 2|AB|$,

$|BD| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?