

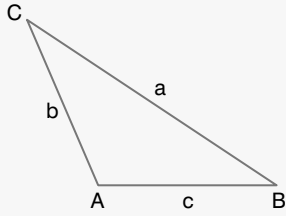


KODU OKUT

## ÜÇGENDE AÇI-KENAR BAĞINTILARI

### Üçgende Açı - Kenar Bağlılıları

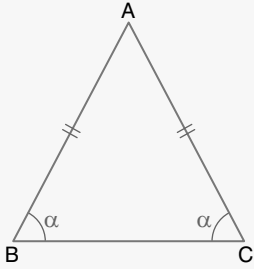
Kenar uzunlukları farklı olan üçgenlerde, büyük açının karşısındaki kenar, küçük açının karşısındaki kenardan daha büyüktür.



ABC üçgeninde

$$m(\hat{A}) > m(\hat{B}) > m(\hat{C}) \text{ ise} \\ a > b > c \text{ olur.}$$

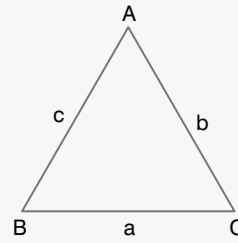
- Bunun tersi de geçerlidir. Uzun kenarı gören açı kısa kenarı gören açıdan büyüktür.
- Eşit açılarda karşısındaki kenarlar eşittir.



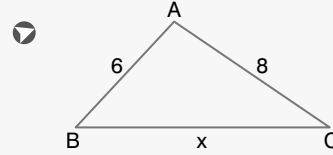
$$m(\hat{B}) = m(\hat{C}) \text{ ise} \\ |AB| = |AC| \text{ olur.}$$

### Üçgen Eşitsizliği

Bir üçgenin herhangi bir kenarı, diğer iki kenarın farkının mutlak değerinden büyük, toplamlarından küçüktür.

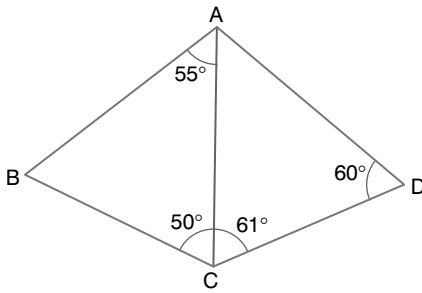


$$|b - c| < a < b + c \\ |a - c| < b < a + c \\ |a - b| < c < a + b$$



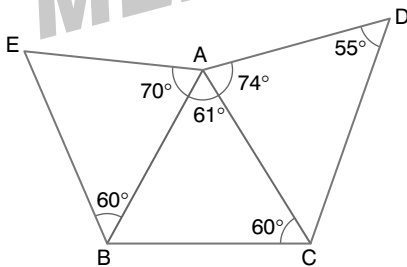
$$|8 - 6| < x < 8 + 6 \\ 2 < x < 14$$

#### Örnek 1



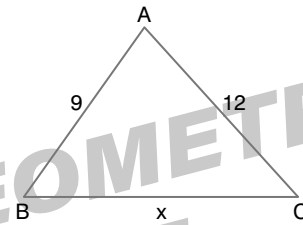
Yandaki şekle göre, en uzun kenar hangisidir?

#### Örnek 2



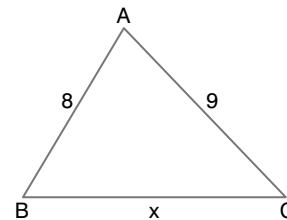
Yandaki şekle göre, en kısa kenar hangisidir?

#### Örnek 3



x'in alacağı en büyük tam sayı değeri kaçtır?

#### Örnek 4



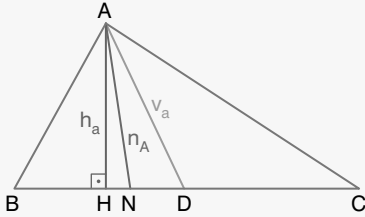
$$m(\hat{B}) < m(\hat{A})$$

x'in alabileceği kaç tam sayı değeri vardır?



## Üçgende Açık-Kenar Bağlılıları

Çeşitkenar bir üçgende bir köşeye ait yükseklik, açıortay ve kenarortay arasındaki sıralama;

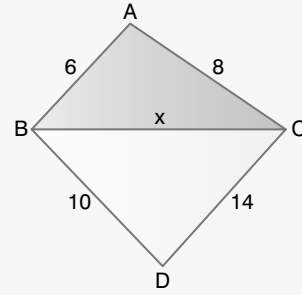


$|AH| = h_a$ ; yükseklik

$|AN| = n_A$ ; açıortay

$|AD| = v_a$ ; kenarortay

$h_a < n_A < v_a$  olur.



$$2 < x < 14$$

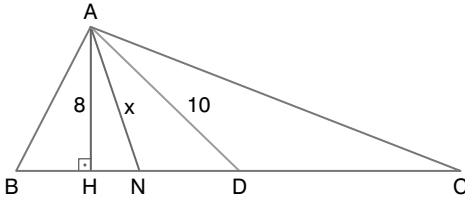
$$4 < x < 24$$

alt sınırın  
en büyüğü

üst sınırın  
en küçüğü

$4 < x < 14$  olur.

## Örnek 5

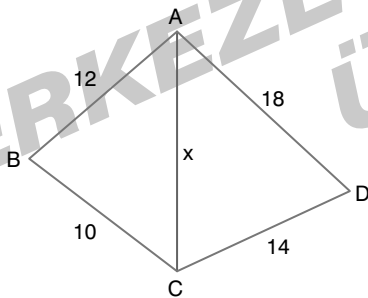


ABC bir üçgen,  $[AH] \perp [BC]$ ,  $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$ ,

$|BD| = |DC|$ ,  $|AH| = 8$  cm,  $|AD| = 10$  cm

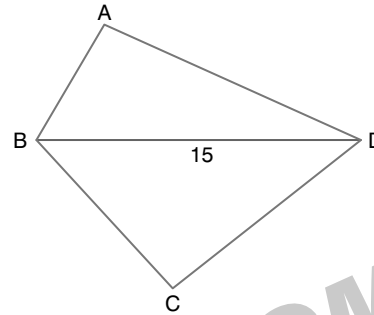
Yukarıdaki verilere göre,  $|AN| = x$ 'in alacağı tam sayı değeri kaç cm dir?

## Örnek 6



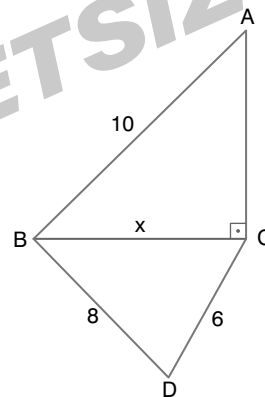
$x$ 'in alacağı en küçük ve en büyük tam sayı değerlerinin farkı kaçtır?

## Örnek 7



ABCD dörtgeninin çevresinin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

## Örnek 8



ABC dik üçgen

$[AC] \perp [BC]$

$|AB| = 10$  cm

$|BD| = 8$  cm

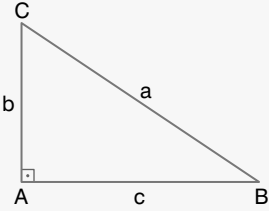
$|DC| = 6$  cm

Yukarıdaki verilere göre,  $|BC| = x$ 'in alacağı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?



## Dik, Dar ve Geniş Açılı Üçgenlerde Kenarlar Arasındaki İlişkiler

### a) Dik üçgende

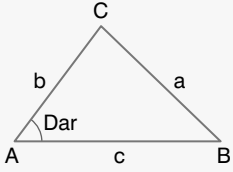


$$m(\hat{A}) = 90^\circ \text{ ise}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \text{ olur.}$$

### b) Dar Açılı üçgende



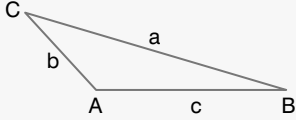
$$m(\hat{A}) < 90^\circ \text{ ise}$$

$$a^2 < b^2 + c^2$$

$$a < \sqrt{b^2 + c^2} \text{ olup}$$

$$|b - c| < a < \sqrt{b^2 + c^2} \text{ olur.}$$

### c) Geniş Açılı üçgende



$$m(\hat{A}) > 90^\circ \text{ ise}$$

$$a^2 > b^2 + c^2$$

$$a > \sqrt{b^2 + c^2} \text{ olup}$$

$$\sqrt{b^2 + c^2} < a < b + c \text{ olur.}$$

- Kenar uzunlukları  $a$ ,  $b$  ve  $c$  olan bir ABC üçgeninde,

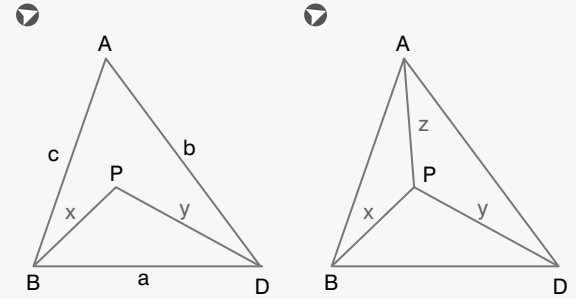
$$a < b < c \text{ ise}$$

$$\text{yükseklikler; } h_a > h_b > h_c$$

$$\text{açıortaylar; } n_A > n_B > n_C$$

$$\text{kenarortaylar; } V_a > V_b > V_c \text{ şeklinde sıralanır.}$$

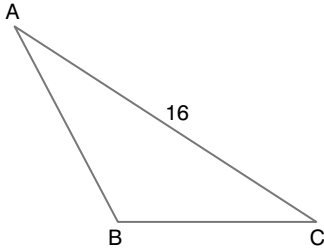
P, ABC üçgeninin içerisinde bir nokta olmak üzere,



$$a < x + y < b + c$$

$$\frac{\text{Ç}(ABC)}{2} < x + y + z < \text{Ç}(ABC) \text{ olur.}$$

### Örnek 9



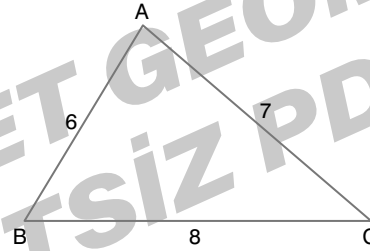
ABC bir üçgen

$$|AC| = 16 \text{ cm}$$

$$m(\hat{ABC}) > 90^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, [BC] kenarının uzunluğunun alabileceği en büyük tam sayı değeri kaç cm dir?

### Örnek 11



ABC bir üçgen

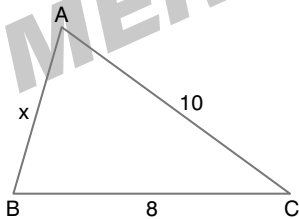
$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|AC| = 7 \text{ cm}$$

$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $h_a$ ,  $h_b$  ve  $h_c$  sıralamasını yazalım.

### Örnek 10



ABC bir üçgen

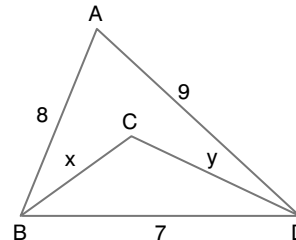
$$|AC| = 10 \text{ cm}$$

$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

$$|AB| = x$$

$m(\hat{B}) < 90^\circ$  olduğuna göre,  $x$ 'in alacağı kaç tam sayı değeri vardır?

### Örnek 12



ABD bir üçgen

$$|AD| = 9 \text{ cm}$$

$$|BD| = 7 \text{ cm}$$

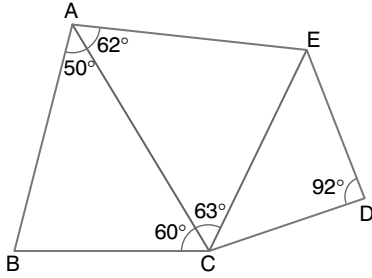
$$|AB| = 8 \text{ cm}$$

C, ABD üçgeninin içerisinde bir nokta olduğuna göre,  $x + y$  toplamının alacağı kaç tam sayı değeri vardır?



## Üçgende Açı-Kenar Bağıntıları

## Örnek 13

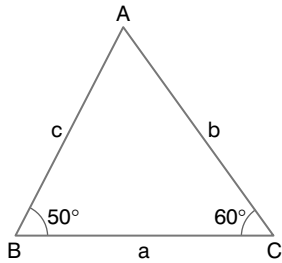


$$m(\widehat{BAC}) = 50^\circ, m(\widehat{ACB}) = 60^\circ, m(\widehat{CAE}) = 62^\circ$$

$$m(\widehat{ACE}) = 63^\circ, m(\widehat{EDC}) = 92^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, en uzun kenar aşağıdakilerden hangisidir?

## Örnek 14



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{ABC}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$$

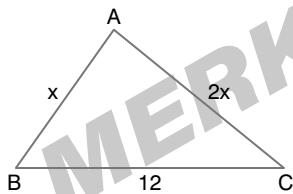
$$|BC| = a \text{ birim}$$

$$|AC| = b \text{ birim}$$

$$|AB| = c \text{ birim}$$

Buna göre,  $|a - b| + |b - c| + |c - a|$  ifadesinin eşitini bulalım.

## Örnek 15



ABC bir üçgen

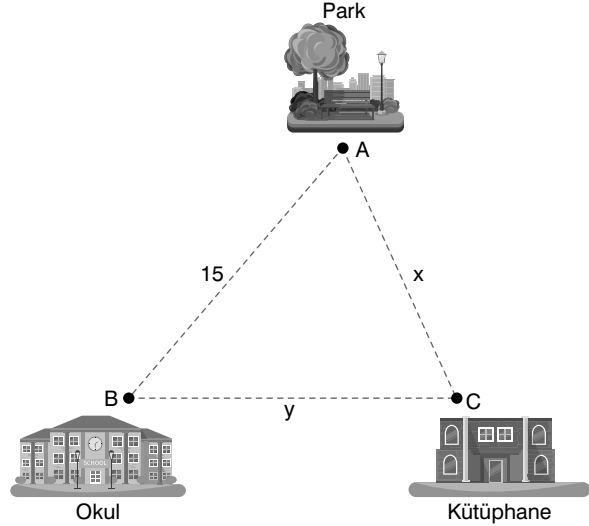
$$|AB| = x \text{ cm}$$

$$|AC| = 2x \text{ cm}$$

$$|BC| = 12 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin çevresinin en büyük tam sayı değeri kaç cm dir?

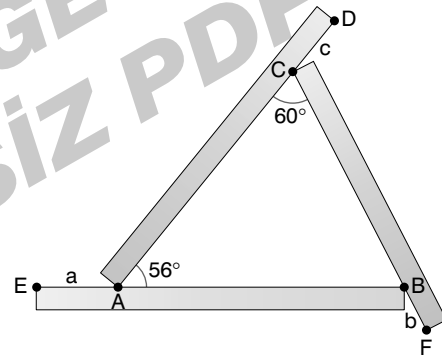
## Örnek 16



Yukarıdaki şekilde, okul, kütüphane ve park arasındaki doğrusal yolların krokisi verilmiştir. Okul ile park arasındaki uzaklık 15 birim, park ile kütüphane arasındaki uzaklık x birim ve okul ile kütüphane arasındaki uzaklık y birimdir.

Buna göre,  $x + y$  toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç birimdir ?

## Örnek 17



$$m(\widehat{CAB}) = 56^\circ, m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$$

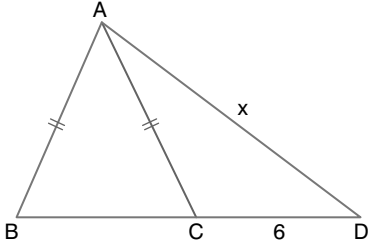
$$|EA| = a \text{ birim}, |BF| = b \text{ birim}, |CD| = c \text{ birim}$$

Eşit uzunlukta ve farklı renkteki dikdörtgen şeklindeki çitlar şeklindeki gibi birleştirilerek ABC üçgeni oluşturuluyor.

Buna göre, a, b, c arasındaki sıralamayı bulalım.



## Örnek 18



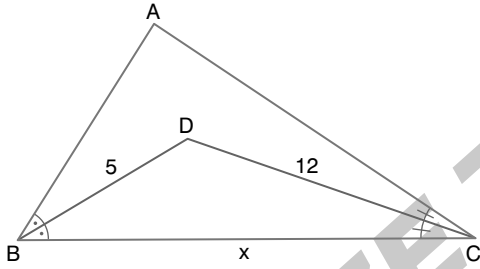
ABD bir üçgen

$$|AB| = |AC|$$

$$|CD| = 6 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|AD| = x$ 'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

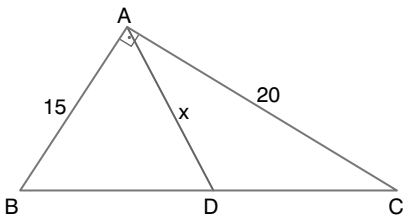
## Örnek 19



ABC bir üçgen,  $[BD]$  ve  $[CD]$  açıortay,  $|BD| = 5 \text{ cm}$ ,  $|DC| = 12 \text{ cm}$

Buna göre,  $|BC| = x$ 'in alacağı en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

## Örnek 20



ABC bir dik üçgen

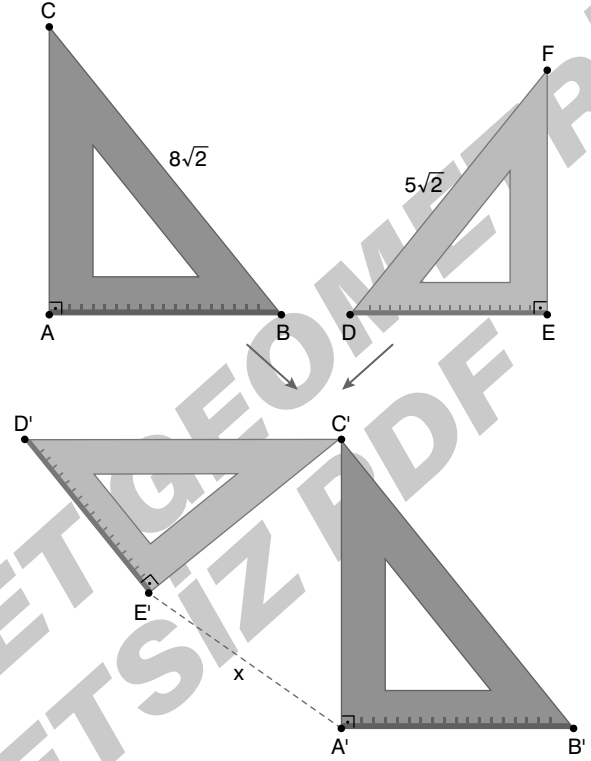
$$[BA] \perp [AC]$$

$$|AB| = 15 \text{ cm}$$

$$|AC| = 20 \text{ cm}$$

$D \in [BC]$  olmak üzere,  $|AD| = x$ 'in alabileceği en küçük değer kaç cm dir?

## Örnek 21

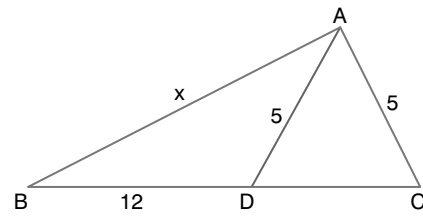


$$|BC| = 8\sqrt{2} \text{ birim}, |DF| = 5\sqrt{2} \text{ birim}$$

Kenar uzunlukları yukarıda verilen ikizkenar dik üçgen şeklindeki iki gönyenin F ve C köşeleri şekildeki gibi çakıştırılıyor.

$m(\widehat{E'CA'}) < 60^\circ$  olduğuna göre,  $|E'A'| = x$ 'in en büyük tam sayı değeri kaç cm dir?

## Örnek 22



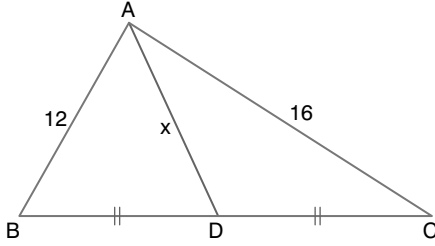
ABC bir üçgen,  $|AD| = |AC| = 5 \text{ cm}$ ,  $|BD| = 12 \text{ cm}$

Buna göre,  $|AB| = x$ 'in en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?



## Üçgende Açı-Kenar Bağıntıları

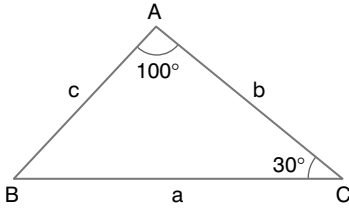
## Örnek 23



ABC bir üçgen,  $|BD| = |DC|$ ,  $|AB| = 12$  birim,  $|AC| = 16$  birim

Buna göre,  $|AD| = x$ 'in alacağı kaç tam sayı değeri vardır?

## Örnek 24



ABC bir üçgen  
 $m(\widehat{BAC}) = 100^\circ$   
 $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$   
 $|BC| = a$  birim  
 $|AC| = b$  birim  
 $|AB| = c$  birim

Buna göre,

$$\frac{|a - c| + |c - b| + |b - a|}{2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

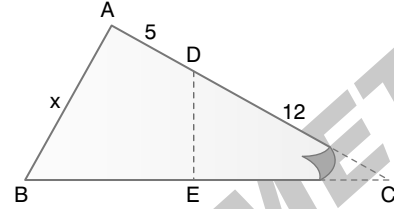
## Örnek 25

- I.  $a = 1$  cm,  $b = 4$  cm,  $c = 5$  cm
- II.  $a = 3$  cm,  $b = 3$  cm,  $c = 5$  cm
- III.  $a = 11$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 6$  cm

Yukarıda kenar uzunlukları verilen üçgenlerden hangisi ya da hangileri çizilebilir?

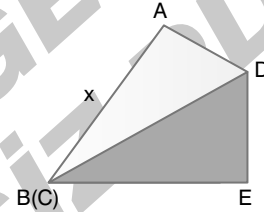
## Örnek 26

$|AD| = 5$  birim,  $|DC| = 12$  birim,  $m(\widehat{ACB}) < 45^\circ$



Şekil - I

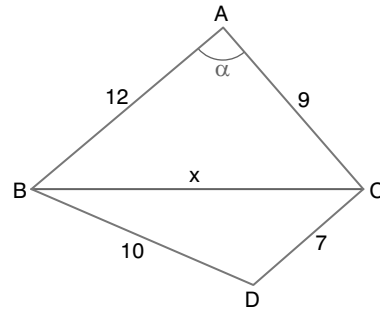
Şekil - I'deki ABC üçgeninde C köşesi  $[DE]$  boyunca katlanınca C köşesi ile B köşesi Şekil - II'deki gibi çakışıyor.



Şekil - II

Yukarıdaki verilere göre,  $|AD| = x$ 'in alacağı kaç tam sayı değeri vardır?

## Örnek 27



$|AB| = 12$  cm  
 $|AC| = 9$  cm  
 $|BD| = 10$  cm  
 $|DC| = 7$  cm  
 $m(\widehat{A}) = \alpha$

$\alpha > 90^\circ$  olduğuna göre,  $|BC| = x$ 'in tam sayı değeri kaç cm dir?